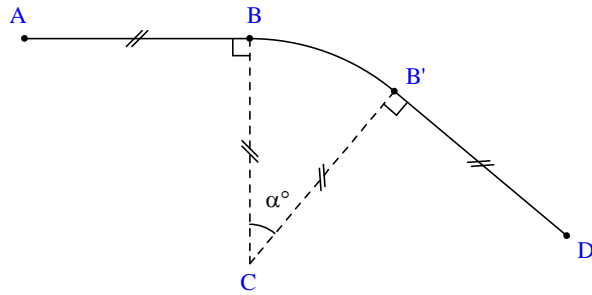


Corrigé du contrôle du 12-9-2014

I.

Michel souhaite réaliser un circuit sur sa terrasse pour jouer avec sa voiture télécommandée.
Ce circuit aura l'allure suivante : une ligne droite de 1,2 mètres, suivie d'un arc de cercle de rayon 1,2 mètres tracé à l'aide d'une ficelle, puis d'une deuxième ligne droite de 1,2 mètres.



On note α la mesure en degrés de l'angle au centre $\widehat{BCB'}$.
Déterminer α (valeur exacte puis valeur arrondie au dixième) afin que le circuit ait une longueur de 4,8 m.

$$\begin{aligned} \text{long}(\widehat{BB'}) &= 4,8 - 2 \times 1,2 \\ &= 2,4 \text{ m} \end{aligned}$$

α est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{BCB'}$ donc la mesure en radians de $\widehat{BCB'}$ est $\frac{\alpha \times \pi}{180}$.

On a donc : $\text{long}(\widehat{BB'}) = 1,2 \times \frac{\alpha \times \pi}{180}$ (formule de la longueur d'un arc de cercle).

$$\text{Par suite, } 1,2 \times \frac{\alpha \times \pi}{180} = 2,4.$$

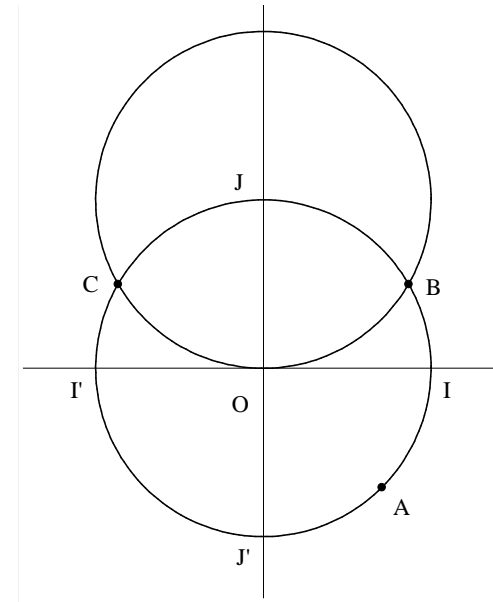
On en déduit que $\alpha = \frac{360}{\pi}$ (valeur exacte).

Avec la calculatrice, on obtient $\alpha = 114,59155\dots$

Donc $\alpha \approx 114,6$ (valeur arrondie au dixième).

II.

On considère la figure suivante où A est le milieu de l'arc $\widehat{I'I}$. Les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires.



Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.

1°) Déterminer sans justifier les mesures en radians des angles \widehat{IOA} , \widehat{IOB} , \widehat{IOC} , \widehat{IOJ} (valeurs exactes).

Attention, toutes les mesures sont positives car on ne considère que des angles géométriques.
On se réfère à des configurations de base. Par exemple, les triangles OBJ et OCJ sont équilatéraux donc leurs angles mesurent $\frac{\pi}{3}$ radians.

$$\widehat{IOA} = \frac{\pi}{4}$$

$$\widehat{IOB} = \frac{\pi}{6}$$

$$\widehat{IOC} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\widehat{IOJ} = \frac{3\pi}{2}$$

2°) Un point M se déplace sur l'arc \widehat{JC} .

Indiquer sans justifier dans quel intervalle va varier la mesure en radians de l'angle \widehat{IOM} .

La mesure en radians de l'angle \widehat{IOM} va varier dans l'intervalle $\left[\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right]$.

III.

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC} = \frac{3\pi}{5}$ et $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{5}$.

Déterminer la nature du triangle ABC.

Répondre avec précision en justifiant. Aucune figure n'est demandée.

On travaille en radians ; il est inutile de repasser en degrés.

La somme des mesures en radian des angles d'un triangle est égale à π .

$$\begin{aligned} \text{Donc } \widehat{BAC} &= \pi - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) \\ &= \pi - \left(\frac{3\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right) \\ &= \pi - \frac{4\pi}{5} \\ &= \frac{\pi}{5} \end{aligned}$$

On constate que $\widehat{BAC} = \widehat{ACB}$.

Donc le triangle ABC est isocèle en B.

IV.

Déterminer les ensembles de solutions notés S_1, S_2, S_3, S_4 des équations et inéquations suivantes (recherche au brouillon). Aucune justification n'est demandée.

$$1 - \frac{|x|}{3} \leq 0 \quad (1) ; |2x+1| = |x| \quad (2) ; |x-2| > 5 \quad (3) ; \left| \frac{x-1}{2} \right| < -3 \quad (4).$$

$S_1 =]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$	$S_2 = \left\{ -1; -\frac{1}{3} \right\}$
$S_3 =]-\infty; -3[\cup]7; +\infty[$	$S_4 = \emptyset$

Indication pour l'inéquation (1) :

$1 - \frac{|x|}{3} \leq 0$ est successivement équivalente à :

$$1 \leq \frac{|x|}{3}$$

$$3 \leq |x|$$

V.

Calculer chacune des expressions suivantes en donnant le résultat sous la forme la plus simple possible.

$$\left| \sqrt{18} - 5\sqrt{50} \right| = 22\sqrt{2} \quad ; \quad \left| \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \right| = 1 \quad ; \quad 1 - 2 \left| 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right| = -\frac{1}{9}$$

Le premier calcul faisait un tout petit peu appel au chapitre « Valeur absolue (2) ».

Indication pour le deuxième calcul :

$$\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{1-\sqrt{3}}{-(1-\sqrt{3})} = -1$$

VI.

Indiquer le modèle de calculatrice utilisé.

1°) Compléter l'égalité ci-dessous donnant le début du développement décimal illimité de $\sqrt{3}$. On écrira toutes les décimales qu'il est possible de donner avec la calculatrice ; on utilisera des points de suspension.

$$\sqrt{3} = 1,73205080\dots$$

2°) Utiliser la calculatrice pour obtenir des décimales supplémentaires dans le développement décimal illimité de $\sqrt{3}$.

$$\sqrt{3} = 1,732050807568\dots$$

On effectue la différence $\sqrt{3} - 1,73205080$ grâce à la calculatrice.

Les petits points sont très importants.

$\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel.

Son développement décimal illimité n'est donc pas périodique.

Après le 8, il y a une infinité de décimales (ça ne s'arrête jamais). La présence de petits points après le 8 est donc fondamentale. Il n'est pas possible de connaître les décimales qui suivent après 8 au moyen de la calculatrice.