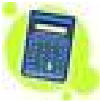
1ère S1

Contrôle du vendredi 16-5-2014 (45 minutes)



Prénom et nom : …………………………………………..……………

Note : …….. **/ 20**

I. ……… / 3

Dans une petite commune de 3800 habitants, le taux de participation lors de la dernière élection municipale était de 85 %. La liste du maire a obtenu 62 % des suffrages exprimés.

1°) Quel est le pourcentage d'électeurs ayant voté pour la liste du maire ?

……

……

……

2°) Le maire se promène dans sa commune et croise 55 électeurs.
Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence d'électeurs dans un échantillon aléatoire de 55 électeurs. Aucun détail de la démarche n'est demandé.
Donner les bornes sous forme fractionnaire.

……

……

……

3°) Que peut-on penser de l'hypothèse « Le maire a croisé 35 électeurs ayant voté pour lui » ? Justifier.

……

……

……

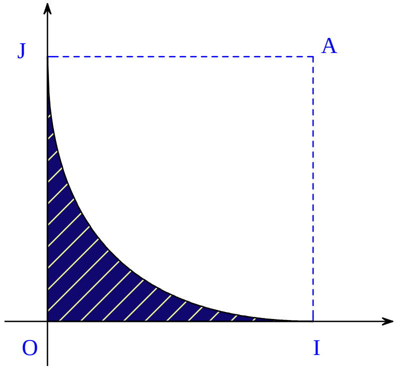
……

……

……

II. ……… / 4

1°) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On s'intéresse au domaine hachuré *D* caractérisé par l'inéquation $\sqrt{x}+\sqrt{y}\leqslant 1$. On admet que l'aire de *D* en unité d'aire est égale à $\frac{1}{6}$.



On choisit 500 points au hasard à l'intérieur du carré OIAJ où A désigne le point de coordonnées (1 ; 1).

Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des points appartenant au domaine *D*. Donner les bornes sous forme fractionnaire.

……………………………………………………………………. (répondre sans faire de phrase)

2°) On désire réaliser un algorithme permettant d'entrer un entier naturel $n\geqslant 1$, de choisir *n* points de coordonnées (x ; y) au hasard à l'intérieur du carré OIAJ et d'afficher en sortie la fréquence de ceux qui sont situés dans *D*.
Compléter l'algorithme suivant :

Entrée :
Saisir *n*

Initialisation :
a prend la valeur 0

Traitement:
Pour *k* entier naturel allant de 1 à *n* **Faire**
  x prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle [0 ; 1]
  y prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle [0 ; 1]
  Si $\sqrt{x}+\sqrt{y}\leqslant 1$
    Alors *a* prend la valeur …………
  FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher ……

III. ……… / 4

• Résoudre l'équation $2\sin x + 1 = 0$ dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $2\sin x + 1 = 0$ dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'équation $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'équation $\cos x = 0$ dans l'intervalle $[0\,;4\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\cos x = 0$ dans l'intervalle $[0\,;4\pi]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'équation $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$ est ……………..…….. .

IV. ……… / 4

• Résoudre l'inéquation $2\sin x + 1 < 0$ dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $2\sin x + 1 < 0$ dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'inéquation $\sqrt{2}\cos x - 1 > 0$ dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sqrt{2}\cos x - 1 > 0$ dans l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\frac{3\pi}{2}\right]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'inéquation $\cos x < 0$ dans l'intervalle $[0\,;4\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos x < 0$ dans l'intervalle $[0\,;4\pi]$ est ……………..…….. .

• Résoudre l'inéquation $\sin^2 x \leqslant \frac{1}{4}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin^2 x \leqslant \frac{1}{4}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$ est ……………..…….. .

V. ……… / 2

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison 2.
Soit A un réel quelconque.
Déterminer le plus grand entier naturel *n* tel que $u_n \leqslant \text{A}$; discuter suivant la valeur de A.

……

……

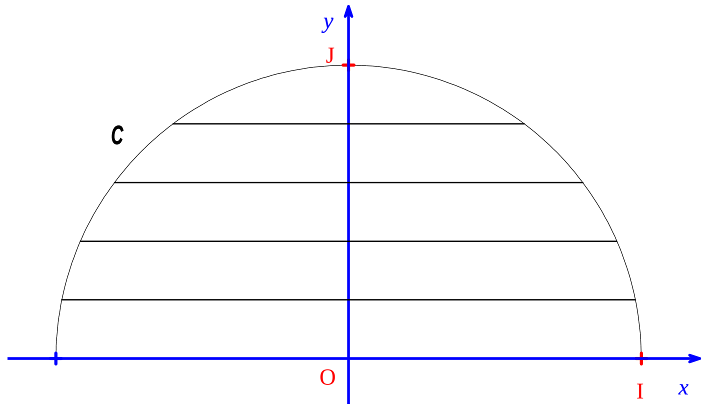
……

……

……

VI. ……… / 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on note $\mathcal{C}$ le demi-cercle de centre O et de rayon 1 situé dans le demi-plan au-dessus de l'axe des abscisses. On désire réaliser un algorithme qui permette de hachurer le demi-disque fermé limité par $\mathcal{C}$ à l'aide de hachures horizontales régulièrement espacées. On compte le segment joignant les points de coordonnées (– 1 ; 0) et (1 ; 0) parmi les hachures.
Compléter l'algorithme proposé ci-dessous. La valeur de *n* saisie en entrée correspond au nombre de hachures souhaité comme le montre la figure ci-dessous pour $n = 5$.
Indication : on pourra commencer par étudier l'intersection de $\mathcal{C}$ avec une droite D_λ d'équation $y = \lambda$ où λ est un réel quelconque de l'intervalle $]0\,;1[$.



Entrée :
Saisir *n*

Traitement et sorties :
Pour *k* entier naturel allant de 0 à $n-1$ **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (……..… ; ……..…) et (……..… ; ……..…)

FinPour

Corrigé du contrôle du 16-5-2014

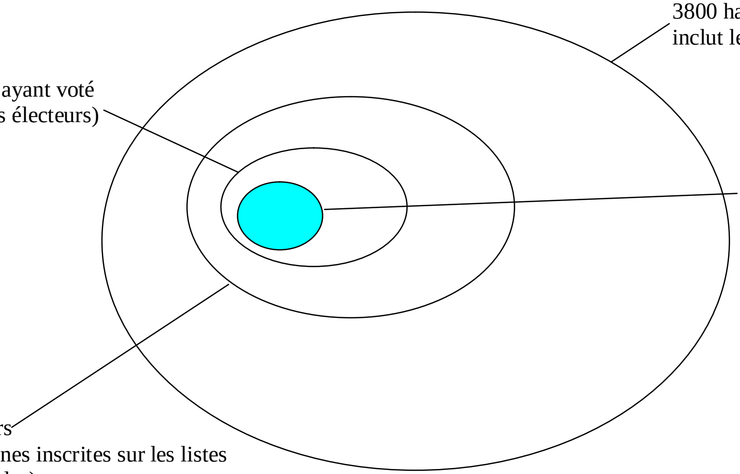
I.

1°) 52,7 %

Il s'agit d'un calcul de pourcentage de pourcentage.

On calcule : $0,85\times 0,62=0,527$.

Attention, la donnée de 3800 est inutile : elle ne servait à rien et ne devait pas intervenir dans ce premier calcul. Cela arrive rarement dans les énoncés (on devrait pourtant donner des énoncés de ce types plus souvent car cela force à réfléchir).
L'énoncé pouvait poser quelque problème de compréhension. La première question n'a pas paru claire aux élèves, faute d'avoir une vision claire de la situation. Le schéma suivant permet de se la représenter facilement.



Tous les électeurs n'ont pas voté (il y a un taux de participation donné dans l'énoncé).

2°) $\mathrm{I}=\left[\dfrac{22}{55};\dfrac{36}{55}\right]$

On utilise la loi binomiale de paramètres $n=55$ et $p=0,527$ (commande binomFRép ou binomcdf sur la calculatrice).

3°) $\dfrac{35}{55}\in\mathrm{I}$ donc l'hypothèse est recevable au seuil de 95 %.

II.

Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo.

1°) $\mathrm{I}=\left[\dfrac{67}{500}\ ;\ \dfrac{100}{500}\right]$

2°)

$a+1$

$\dfrac{a}{n}$

Il est tout à fait possible de programmer cet algorithme sur calculatrice (l'énoncé ne demandait cependant pas de le faire).

III.

1°) $\left\{\dfrac{7\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right\}$

2°) $\varnothing$

3°) $\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2};\dfrac{7\pi}{2}\right\}$

4°) $\left\{-\dfrac{5\pi}{6};-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right\}$

Indication :

$$\sin^2 x=\frac{1}{4}\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}\ \text{ou}\ \sin x=-\frac{1}{2}$$

On résout ensuite chaque équation à l'aide du cercle trigonométrique.

IV.

1°) $\left]\dfrac{7\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right[$

2°) $\varnothing$

3°) $\left]\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right[\cup\left]\dfrac{5\pi}{2};\dfrac{7\pi}{2}\right[$

4°) $\left[-\pi;-\dfrac{5\pi}{6}\right]\cup\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right]\cup\left[\dfrac{5\pi}{6};\pi\right]$

Indication :

$\sin^2 x \leqslant \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leqslant \sin x \leqslant \frac{1}{2}$ (double inégalité à savoir écrire sans hésitation en 1ère S)

Ensuite, on utilise un cercle trigonométrique.

V.

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = -3 + 2n$

On cherche le plus grand $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n \leqslant \mathrm{A}$ (1).

$$(1) \Leftrightarrow -3 + 2n \leqslant \mathrm{A}$$
$$\Leftrightarrow n \leqslant \frac{\mathrm{A}+3}{2}$$

Si $\mathrm{A} < -3$, il n'existe pas d'entier naturel n qui vérifie (1).

Si $\mathrm{A} \geqslant -3$, le plus grand entier naturel n vérifiant (1) est $\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{A}+3}{2}\right)$.

VI.

On étudie l'intersection de $\mathcal{C}$ avec la droite D_λ d'équation $y = \lambda$ où λ est un réel quelconque de l'intervalle $]0\,;1[$.

$\mathcal{C}$ a pour équation $x^2 + y^2 = 1$.

Les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et de D_λ sont les solutions de l'équation $x^2 + \lambda^2 = 1$ (1).

$$(1) \Leftrightarrow x^2 = 1 - \lambda^2$$
$$\Leftrightarrow x = \sqrt{1-\lambda^2} \text{ ou } x = -\sqrt{1-\lambda^2} \quad (\text{car } \lambda \in]0\,;1[\text{ donc } 1-\lambda^2 > 0)$$

On peut alors compléter l'algorithme : $\left(-\sqrt{1-\frac{k^2}{n^2}}\,;\frac{k}{n}\right) \quad \left(\sqrt{1-\frac{k^2}{n^2}}\,;\frac{k}{n}\right)$.