1^ère^ S

Contrôle du mardi 6 mai 2014 (3 heures 30)

Le barème est donné sur 40.

I. (4 points)

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$.

1°) Sachant que u_3 est le double de u_5 et que $u_9 = -6$, calculer la raison r et le premier terme u_0.

2°) Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.
Exprimer S_n en fonction de n.

II. (5 points)

Lors de la sortie d'un film américain, la recette de la première semaine s'est élevée à 77 millions de dollars.
Cette recette a ensuite diminué en moyenne de 15 % chaque semaine.
Le réalisateur a investi 500 millions de dollars pour la réalisation du film.

1°) On note u_n la recette hebdomadaire en millions de dollars la n-ième semaine (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1). Ainsi, $u_1 = 77$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Répondre avec précision en justifiant.

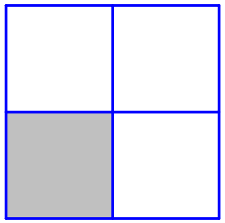
2°) Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on pose $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.
Déterminer une expression simplifiée de S_n en fonction de n.

3°) Déterminer à l'aide de la calculatrice au bout de combien de semaines les recettes ont permis de réaliser un bénéfice. Répondre sans justifier.

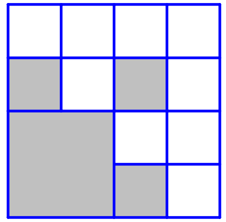
III. (5 points)

On effectue un coloriage en plusieurs étapes d'un carré de côté de longueur 2 cm.

Première étape du coloriage : on partage ce carré en quatre carrés de même aire et on colorie le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-dessous (la figure n'est pas en vraie grandeur).



Deuxième étape du coloriage : on partage chaque carré non encore colorié en quatre carrés de même aire et on colorie dans chacun, le carré situé en bas à gauche, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On poursuit les étapes du coloriage en continuant indéfiniment le même procédé.

1°) Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on désigne par a_n l'aire, exprimée en cm^2, de la surface totale non coloriée (blanche) à l'étape n. On a ainsi $a_1 = 3$.
a) Calculer a_2.

b) Exprimer sans justifier a_{n+1} en fonction de a_n pour n entier naturel quelconque supérieur ou égal à 1.

c) Exprimer a_n en fonction de n (n entier naturel supérieur ou égal à 1).

2°) Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on désigne par b_n l'aire, exprimée en cm^2, de la surface totale coloriée à l'étape n.
Exprimer b_n en fonction de n.

3°) a) Démontrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a : $\dfrac{b_n}{a_n} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^n - 1$.

b) Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit entier naturel $n \geqslant 1$, tel que $\dfrac{b_n}{a_n} \geqslant 10$.

Répondre sans justifier.

IV. (5 points)

Partie 1

On considère l'algorithme ci-contre. On ne demande pas de le programmer sur calculatrice.

Quel est la valeur de la variable U affichée en sortie si l'on saisit la valeur 3 pour n en entrée ? On donnera la valeur exacte du résultat sans justifier.

Entrée :
Saisir n (entier naturel non nul)

Initialisation :
U prend la valeur 2

Traitement :
Pour i allant de 1 à n **Faire**
  U prend la valeur $\dfrac{\text{U}}{\text{U}+1}$
FinPour

Sortie :
Afficher U

Partie 2

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = a$ où a est un réel strictement positif fixé et la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$ pour tout entier naturel n.

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$ (on admet que pour tout entier naturel n on a : $u_n \neq 0$).

1°) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

2°) En déduire v_n puis u_n en fonction de n et de a.

V. (6 points)

Un élève se rend à vélo au lycée distant de 3 km de son domicile à une vitesse supposée constante de $15\ \text{km} \bullet \text{h}^{-1}$. Sur le parcours, il rencontre 6 feux tricolores non synchronisés. Pour chaque feu, la probabilité qu'il soit au vert est $\dfrac{2}{3}$ et celle qu'il soit au rouge ou à l'orange est $\dfrac{1}{3}$. Un feu rouge ou orange lui fait perdre une minute et demie. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de feux verts rencontrés par l'élève sur son parcours et T la variable aléatoire donnant le temps en minutes mis par l'élève pour se rendre au lycée. On suppose qu'il ne s'arrête pas à d'autres moments qu'aux feux sur son parcours.

1°) a) Déterminer la loi de probabilité de X ; préciser ses paramètres. Répondre par une phrase.

b) Quelle est la probabilité que tous les feux soient verts ? Donner la valeur exacte sous la forme a^n avec $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.

c) Quelle est la probabilité que l'élève rencontre au moins 4 feux rouges ou oranges ?
Donner la valeur arrondie au dixième.

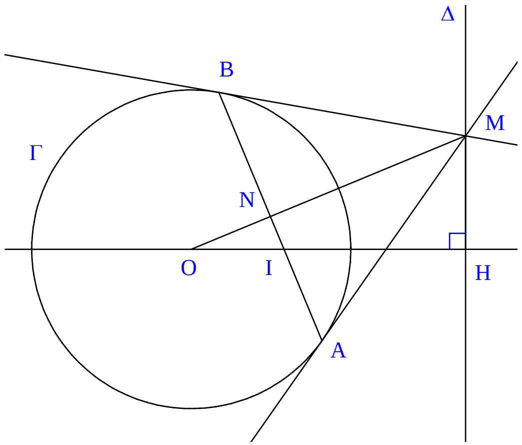
2°) Démontrer que $\text{T} = 21 - 1{,}5\text{X}$; en déduire $\text{E}(\text{T})$.

3°) L'élève part 17 minutes avant le début des cours.
Calculer la probabilité qu'il arrive en retard. Donner la valeur arrondie au dixième.

VI. (6 points)

Soit Γ un cercle de centre O et de rayon r.
Soit H un point extérieur au cercle Γ (c'est-à-dire tel que $\text{OH} > r$).
On note Δ la perpendiculaire à la droite (OH) passant par H.
Pour tout point M quelconque de Δ, on construit les tangentes issues de M en A et B au cercle Γ. La droite (AB) coupe (OM) en N et (OH) en I.

On pourra utiliser sans démonstration le fait que les droites (AB) et (OM) sont perpendiculaires.



1°) Justifier les égalités suivantes : $\overrightarrow{\text{OI}} \bullet \overrightarrow{\text{OH}} = \overrightarrow{\text{OI}} \bullet \overrightarrow{\text{OM}} = \overrightarrow{\text{OM}} \bullet \overrightarrow{\text{ON}} = \overrightarrow{\text{OM}} \bullet \overrightarrow{\text{OA}} = \text{OA}^2 = r^2$.

2°) En déduire que le point I est fixe.

3°) Sur quelle courbe le point N se déplace-t-il lorsque M varie sur Δ ? Justifier.

VII. (4 points)

Soit ABCD un quadrilatère quelconque.

1°) a) Démontrer que l'on a : $\text{AB}^2 - \text{BC}^2 = \overrightarrow{\text{AC}} \bullet \left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{BC}}\right)$.
Écrire de même $\text{DC}^2 - \text{AD}^2$ comme un produit scalaire où intervient le vecteur $\overrightarrow{\text{AC}}$.

b) En déduire que l'on a : $\text{AB}^2 - \text{BC}^2 + \text{DC}^2 - \text{AD}^2 = 2\overrightarrow{\text{AC}} \bullet \overrightarrow{\text{DB}}$.

2°) Démontrer alors que l'on a : (AC) $\perp$ (BD) $\Leftrightarrow$ $\text{AB}^2 + \text{DC}^2 = \text{AD}^2 + \text{BC}^2$.

VIII. (5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on donne les points $\text{A}(-2\,;-3)$, $\text{B}(-3\,;3)$ et $\text{C}(3\,;0)$.
On note Γ le cercle de centre A et tangent à l'axe des abscisses ainsi que Γ' le cercle passant par les points B et C et dont le centre Ω se trouve sur la droite Δ d'équation $x = \dfrac{1}{2}$.
Aucun graphique n'est demandé sur la copie.

1°) Déterminer une équation cartésienne de Γ.

2°) Déterminer une équation de la médiatrice Δ' du segment [BC].

3°) Calculer les coordonnées de Ω puis démontrer que Γ' a pour équation cartésienne $x^2 + y^2 - x - 5y - 6 = 0$.

4°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection I et J de Γ' et de Δ ($y_\text{I} < y_\text{J}$).

Corrigé du contrôle du 6-5-2014

I.

1°) On établit un système avec les deux conditions données dans l'énoncé $\begin{cases} u_3 = 2u_5 & (1) \\ u_9 = -6 & (2) \end{cases}$.

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_0 + 3r = 2(u_0 + 5r) \\ u_0 + 9r = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 + 7r = 0 \\ u_0 + 9r = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 + 7r = 0 \\ u_0 + 9r = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_0 = 21 \\ r = -3 \end{cases}$$

La résolution du système peut se faire par substitution (par exemple, on écrit $u_0 = -7r$ et on remplace dans la 2e équation) ou par combinaison.

La résolution par combinaison consiste à multiplier chaque égalité par des coefficients et à additionner.

Ici, on multiplie la 1ère égalité par 9 et la 2e égalité par – 7.

On obtient $\begin{cases} 9u_0 + 63r = 0 \\ -7u_0 - 63r = 42 \end{cases}$.

En additionnant membre à membre les deux égalités, on obtient $2u_0 = 42$ ce qui donne $u_0 = 21$.

Ensuite, en soustrayant membre à membre, on obtient $-2r = 6$ ce qui donne $r = -3$.

On peut aussi tout simplement utiliser la calculatrice pour résoudre le système.

2°)

$$S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$$

$$= (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$ (formule donnant la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique)

$$= (n+1) \times \frac{21 + 21 - 3n}{2}$$

$$= (n+1) \times \frac{42 - 3n}{2}$$

$$= \frac{(n+1)(42-3n)}{2}$$ (inutile de développer l'expression obtenue au numérateur)

II.

1°)

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 15 % est égal à $1 - \frac{15}{100} = 0,85$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = 0,85 \times u_n$.

Par suite, (u_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme $u_1 = 77$.

2°)

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} u_k$$

On utilise la formule donnant la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique.

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad S_n = u_1 \times \frac{1 - 0,85^n}{1 - 0,85} = \frac{77(1 - 0,85^n)}{0,15} = \frac{1540(1 - 0,85^n)}{3}$$

3°) On cherche le plus petit entier naturel $n \geqslant 1$ tel que $S_n > 500$ c'est-à-dire tel que $\frac{1540(1-0,85^n)}{3} > 500$.

On peut rentrer dans la calculatrice la fonction $x \mapsto \frac{1540(1-0,85^x)}{3}$.

On regarde dans la table (définie à partir de 1 avec un pas de 1). On trouve $n = 23$.

Au bout de 23 semaines un bénéfice sera réalisé.

On pourrait aussi mettre la calculatrice en mode « suite » et rentrer la suite de terme général $\frac{1540(1-0,85^n)}{3}$.

Les calculs sont cependant beaucoup plus lents (sur calculatrice TI). Ils sont beaucoup plus rapides avec la fonction.

III.

1°)

a)

1ère méthode :

$a_2 = a_1 - \frac{1}{4}a_1 = \frac{9}{4}$

2^{e} méthode :

Sur la figure, on compte 9 petits carrés blancs.
Chacun de ces carrés a une aire de $0,5^2\ \text{cm}^2$ soit $0,25\ \text{cm}^2$.
Donc l'aire totale non colorée à l'étape 2 est égale à $2,25$ d'où $a_2 = 2,25$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}^*\ \ a_{n+1} = a_n - \frac{a_n}{4} = \frac{3}{4}a_n$

c) On en déduit que (a_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ d'où $\forall n \in \mathbb{N}^*\ \ a_n = a_1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = 3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$.

2°)
On raisonne géométriquement avec les aires.
L'aire colorée à l'étape *n* est égale à l'aire du carré diminuée de l'aire non colorée à l'étape *n*.
Le carré initial a pour aire $2^2\ \text{cm}^2 = 4\ \text{cm}^2$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}^*\ \ b_n = 4 - a_n = 4 - 3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$.

3°)

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$$\begin{aligned}\frac{b_n}{a_n} &= \frac{4-3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}}{3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}}\\ &= \frac{4}{3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}} - 1\\ &= \frac{4}{\frac{3^n}{4^{n-1}}} - 1\\ &= \frac{4^n}{3^n} - 1\\ &= \left(\frac{4}{3}\right)^n - 1\end{aligned}$$

b) On cherche le plus petit entier naturel $n \geqslant 1$ tel que $\frac{b_n}{a_n} \geqslant 10$.

On rentre la fonction $x \mapsto \left(\frac{4}{3}\right)^x - 1$ dans la calculatrice.

On trouve $n = 9$.

IV.

Partie 1 :

On fait tourner l'algorithme « à la main ».

Pour $i = 1$, U prend la valeur $\frac{2}{3}$.

Pour $i = 2$, U prend la valeur $\frac{2}{5}$.

Pour $i = 3$, U prend la valeur $\frac{2}{7}$.

Le résultat affiché en sortie si l'on saisit la valeur 3 en entrée est $\frac{2}{7}$.

On peut aussi dresser pour ne pas se tromper un tableau d'évolution des variables.

Partie 2 :

1°) $\forall n \in \mathbb{N}\ \ v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1+u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{u_n}{u_n} = 1$

On en déduit que (v_n) est une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{a}$.

2°)

D'après la question précédente, $\forall n \in \mathbb{N}\ \ v_n = v_0 + nr = \frac{1}{a} + n\times 1 = \frac{1}{a} + n$.

Or $\forall n \in \mathbb{N}\ \ v_n = \frac{1}{u_n}$.

Donc

$$\begin{aligned}\forall n \in \mathbb{N}\quad u_n &= \frac{1}{v_n}\\ &= \frac{1}{\frac{1}{a}+n}\\ &= \frac{a}{1+na}\end{aligned}$$

V.

1°)

a) X suit la loi binomiale de paramètres $n=6$ et $p=\dfrac{2}{3}$.

b) $P(\mathrm{X}=6)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^6$

c)

1ère méthode : on utilise la « formule » de la loi binomiale.

$$\begin{aligned}P(\mathrm{X}\leqslant 2)&=P(\mathrm{X}=0)+P(\mathrm{X}=1)+P(\mathrm{X}=2)\\&=\left(\frac{1}{3}\right)^6+\binom{6}{1}\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^5+\binom{6}{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^4\\&=\left(\frac{1}{3}\right)^6+6\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^5+15\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^4\\&=\frac{73}{729}\end{aligned}$$

Avec la calculatrice, on obtient : $P(\mathrm{X}\leqslant 2)=0{,}100137174...$.

Donc $P(\mathrm{X}\leqslant 2)\approx 0{,}1$ (valeur arrondie au dixième).

2e méthode : on utilise directement la fonction de répartition d'une loi binomiale programmée dans la calculatrice pour calculer $P(\mathrm{X}\leqslant 2)$.

2°)

a) L'élève a une vitesse de 15 km/h donc il parcourt 3 km en 12 minutes lorsque tous les feux sont verts.

$\mathrm{T}=12+1{,}5(6-\mathrm{X})=21-1{,}5\mathrm{X}$

b) $\mathrm{E}(\mathrm{T})=\mathrm{E}(21-1{,}5\mathrm{X})=21-1{,}5\mathrm{E}(\mathrm{X})=21-1{,}5\times 6\times\dfrac{2}{3}=15$

3°) L'élève part 17 minutes avant le début des cours.
Calculer la probabilité qu'il arrive en retard. Donner la valeur arrondie au dixième.

L'élève arrive en retard si et seulement si $\mathrm{T}>17$
si et seulement si $21-1{,}5\mathrm{X}>17$
si et seulement si $1{,}5\mathrm{X}<4$
si et seulement si $\dfrac{3}{2}\mathrm{X}<4$
si et seulement si $\mathrm{X}<\dfrac{8}{3}$ $\left(\dfrac{8}{3}=2{,}66\underline{6}...\right)$
si et seulement si $\mathrm{X}\leqslant 2$ (car X ne prend que des valeurs entières positives)

On reprend le résultat de la question 1°) c).
La valeur arrondie au dixième de la probabilité que l'élève arrive en retard est égale à 0,1.

VI.

1°)

$\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}$

En effet : H est le projeté orthogonal de M sur (OI).

$\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{ON}}$

En effet : N est le projeté orthogonal de I sur (OH).

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

En effet, N est le projeté orthogonal de A sur (OM).

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\mathrm{OA}^2$

En effet, A est le projeté orthogonal de M sur (OA) d'où $\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\mathrm{OA}^2$.

2°) On a établi à la question précédente que $\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}=r^2$ (1).

D'après cette égalité, $\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}>0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ sont colinéaires de même sens.

Par suite, $\mathrm{I}\in[\mathrm{OH})$.

On peut alors écrire $\overrightarrow{\mathrm{OI}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\mathrm{OI}\times\mathrm{OH}$.

D'après l'égalité (1), on a donc $\mathrm{OI}=\dfrac{r^2}{\mathrm{OH}}$.

Comme r est fixé et que le point H est fixe, on en déduit que le point I est fixe.

• *Qu'est-ce qu'un point fixe ?*

C'est un point qui ne « bouge » pas.
Cela s'oppose à « point variable » ou « point mobile ».

• *Comment démontre-t-on qu'un point fixe ?*

On le définit par rapport à des éléments fixes.

3°) On a : (AB) ⊥ (OM) (l'énoncé demande de l'admettre).

Donc (ON) ⊥ (NI).

Par conséquent, le triangle ONI est rectangle en N.
On en déduit que le triangle ONI est inscrit dans le cercle de diamètre [OI].
Or I est fixe donc le cercle de diamètre [OI] est fixe.
Le point N appartient à ce cercle.

On peut dire que le lieu géométrique du point N est inclus dans le cercle diamètre [OI].

VII.

Dans cet exercice, il n'y a pas besoin de faire de figure.

1°)

a) On utilise l'identité remarquable scalaire $\vec{u}^2 - \vec{v}^2 = (\vec{u}+\vec{v}) \cdot (\vec{u}-\vec{v})$.

$$AB^2 - BC^2 = \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB})$$

$$DC^2 - AD^2 = \overrightarrow{DC}^2 - \overrightarrow{AD}^2 = (\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA})$$

b)

On en déduit que : $AB^2 - BC^2 + DC^2 - AD^2 = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}) = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}) = 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$.

2°) On effectue un raisonnement par chaîne d'équivalences.

$(AC) \perp (BD) \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$

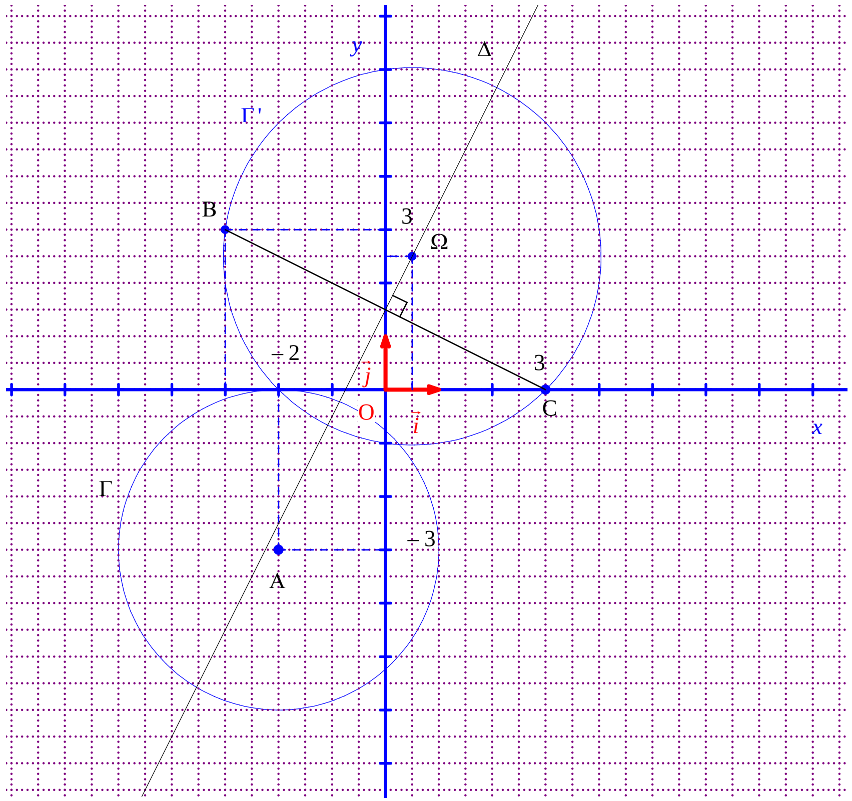
$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$

$\Leftrightarrow AB^2 - BC^2 + DC^2 - AD^2 = 0$

$\Leftrightarrow AB^2 + DC^2 = BC^2 + AD^2$

VIII.

On fait un graphique que l'on complètera au fur et à mesure. On ne peut notamment pas construire le cercle Γ' avant la question 3°).



1°)

Soit H le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses.

$H(-2\,;0)$

$AH = 3$ (on donne tout de suite cette distance sans utiliser la formule de distance dans un repère orthonormé)

Le cercle Γ a donc pour rayon 3.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x\,;y)$.

$M \in \Gamma \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 = 0$

Une équation cartésienne de Γ s'écrit $x^2+y^2+4x+6y+4=0$.

2°) Notons I le milieu de [BC].

$\mathrm{I}\left(0\,;\dfrac{3}{2}\right)$ (formule du calcul des coordonnées d'un milieu)

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées (x,y).

$$\mathrm{M}\in\Delta' \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{BC}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{IM}}=0$$

$$\Leftrightarrow 6x-3\left(y-\frac{3}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 6x-3y+\frac{9}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 2x-y+\frac{3}{2}=0$$

Δ' a pour équation cartésienne $2x-y+\dfrac{3}{2}=0$.

Il est inutile de chercher une équation cartésienne de (BC) comme beaucoup d'élèves l'ont fait : c'était une perte de temps.

3°)

Ω se trouve sur la droite Δ d'équation $x=\dfrac{1}{2}$ d'où $x_\Omega=\dfrac{1}{2}$.

De plus, Ω appartient à Δ' d'où $2x_\Omega-y_\Omega+\dfrac{3}{2}=0$ soit $1-y_\Omega+\dfrac{3}{2}=0$.

Par conséquent, $y_\Omega=\dfrac{5}{2}$ et donc $\Omega\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

On calcule : $\Omega\mathrm{C}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées (x,y).

$$\mathrm{M}\in\Gamma' \Leftrightarrow (x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2=\Omega\mathrm{C}^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2-x+y^2-5y+\frac{1}{4}+\frac{25}{4}-\frac{25}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-x-5y-6=0$$

4°)

Les coordonnées des points d'intersection de Γ' et de Δ sont les solutions du système

$$(\Sigma)\begin{cases} x^2+y^2-x-5y-6=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

$$(\Sigma)\Leftrightarrow\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^2+y^2-\dfrac{1}{2}-5y-6=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} y^2+5y-\dfrac{25}{4}=0 \quad (1) \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

(1) est une équation du second degré.

Son discriminant est égal à $\Delta=25-4\times1\times\left(-\dfrac{25}{4}\right)=50$.

$\Delta>0$ donc l'équation (1) admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$:

$$y_1=\frac{5+\sqrt{50}}{2}=\frac{5+5\sqrt{2}}{2} \text{ et } y_2=\frac{5-\sqrt{50}}{2}=\frac{5-5\sqrt{2}}{2}.$$

Les points d'intersection I et J de Γ' et de Δ ont pour coordonnées respectives $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5-5\sqrt{2}}{2}\right)$ et $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5+5\sqrt{2}}{2}\right)$.

On vérifie que ces valeurs sont en accord avec celles que l'on peut lire sur le graphique.

Conseils donnés à l'oral :

Ne pas recopier les questions.

Répondre directement.

■ Utilisation du symbole d'équivalence $\Leftrightarrow$

On attend une utilisation à bon escient (pas dans les calculs).

Dans notre sujet :

VII. 2°) Chaîne d'équivalences $\Leftrightarrow$

VIII. équation d'une médiatrice $\Leftrightarrow$

■ Quantification

On attend une quantification universelle des énoncés en français (« pour tout … » ou « quel que soit ») ou avec utilisation du symbole (correctement utilisé).

On quantifie en français ou à l'aide du symbole $\forall$.

$\forall n \in \mathbb{N}$, ….

pas de virgule — égalité qui dépend de n

Pas de quantification dans une phrase :

« $\forall M \in \Delta$ I est fixe » (incorrect)

Pas de texte après :

« $\forall n \in \mathbb{N}$ on a … » (incorrect)

Quantifier à bon escient. Si on écrit $\forall n \in \mathbb{N}$, l'égalité qui suit doit dépendre de n.
Il est absurde d'écrire « $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_3 = ...$ ».

Dans notre sujet :

exercices sur les suites **I**, **II**, **III**, **IV**.

On doit faire attention à l'ensemble de référence : il s'agit de $\mathbb{N}$ ou de $\mathbb{N}^*$ mais pas de $\mathbb{R}$.

Dans le **I.** la suite est définie sur $\mathbb{N}$ donc on écrira $\forall n \in \mathbb{N}$ ….

Dans le **II.**, la suite est définie sur $\mathbb{N}^*$ donc on écrira $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ….

Etc.

■ Valeurs approchées-Valeurs exactes

Relire la fiche sur valeur exacte-valeur approchée.

Il est inadmissible en $1^{\text{ère}}$ S de confondre les signes = et environ égal en mathématiques.

Dans notre sujet :

IV. Partie 1

V. 1°) b) c) et 3°)

Notations : écriture des indices pour les suites

Un indice est une lettre ou un nombre écrit en plus petit, en dessous.

Définition tirée du dictionnaire Robert : Indication numérique ou littérale qui sert à caractériser un signe et qui est placé le plus souvent en bas à droite.

a_n : « a indice n »

Le mot « soit » :

Le mot « soit » ne doit pas être utilisé.