1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 7-3-2014 (30 minutes)

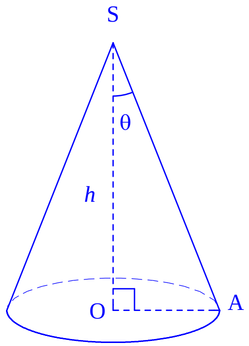
Prénom et nom : ……………………………………………..……………

Note : ……../ 20

Ne rien écrire sur l'énoncé en dehors ce qui est demandé.

I. (3 points)

On considère un cône de révolution de sommet S et de demi-angle au sommet θ (en radians).
On note h la hauteur de ce cône. Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.
Exprimer le volume V du cône en fonction de h et de θ (voir rappel à la fin de l'énoncé).



V = ……………………………………

II. (8 points : 4 points + 4 points)

Soit ABC un triangle équilatéral dans le plan P. On considère les ensembles E_1 et E_2 ainsi définis :

$E_1 = \{ \text{M} \in P \,/\, \left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) \cdot \left(\overrightarrow{\text{AC}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) = 0 \}$; $E_2 = \{ \text{M} \in P \,/\, \left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AC}}\right) \cdot \overrightarrow{\text{AM}} = 0 \}$.

Compléter les cadres ci-contre.

Soit M un point quelconque du plan P. M $\in E_1$ si et seulement si $\left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) \cdot \left(\overrightarrow{\text{AC}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) = 0$ si et seulement si ……………………..………………….. si et seulement si ……………………..………………….. si et seulement si ……………………..………………….. L'ensemble E_1 est ……………………….………………………………………………

Soit M un point quelconque du plan P. M $\in E_2$ si et seulement si $\left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AC}}\right) \cdot \overrightarrow{\text{AM}} = 0$ si et seulement si ……………………..………………….. si et seulement si ……………………..………………….. si et seulement si ……………………..………………….. L'ensemble E_2 est ……………………….………………………………………………

III. (5 points : 1 point par réponse)

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Capacité	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	2	4

On donnera les valeurs arrondies au dixième des pourcentages.

1°) a) Déterminer la médiane Me de cette série.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Me.
2°) a) Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est comprise entre Q_1 et Q_3 au sens large.

1°) a) Me = ...   b) ……………………..

2°) a) Q_1 = ... ; Q_3 = ...   b) ……………………..

IV. (4 points : 2 points + 2 points)

Sur 100 paquets remplis par une machine, on a relevé 7 paquets de 220 g, 11 paquets de 230 g, 19 paquets de 240 g, 26 paquets de 250 g, 18 paquets de 260 g, 13 paquets de 270 g, 6 paquets de 280 g.
Déterminer à l'aide de la calculatrice la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

$\bar{x}$ = ... ; $\sigma \approx$ .... (valeur arrondie au centième)

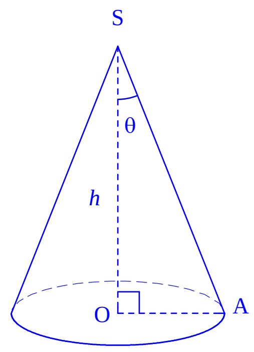
Rappel

Le volume d'un cône est donné par la formule : $\text{volume} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

Version améliorée du contrôle

I.

On considère un cône de révolution de sommet S et de demi-angle au sommet θ (en radians).
On note h la hauteur de ce cône. Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.
Exprimer le volume V du cône en fonction de h et de θ (voir rappel à la fin de l'énoncé).



V = ...

Application numérique :

On prend $h = 5$ et $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.
Donner la valeur de V.

II.

Soit ABC un triangle équilatéral dans le plan P.
Déterminer et tracer sur une même figure les ensembles E_1 et E_2 ainsi définis :

$E_1 = \{ \text{M} \in P \ / \ \left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) \bullet \left(\overrightarrow{\text{AC}} - \overrightarrow{\text{AM}}\right) = 0 \}$; $E_2 = \{ \text{M} \in P \ / \ \left(\overrightarrow{\text{AB}} - \overrightarrow{\text{AC}}\right) \bullet \overrightarrow{\text{AM}} = 0 \}$.

III.

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Capacité	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	2	4

On donnera les valeurs arrondies au dixième des pourcentages.

1°) a) Déterminer la médiane Me de cette série.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Me.
Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est supérieure ou égale à Me.
Ces deux pourcentages sont-ils conforme à la définition de la médiane d'une série statistique ?

2°) a) Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est comprise entre Q_1 et Q_3 au sens large.
Ce pourcentage est-il conforme à la propriété de l'intervalle interquartile ?

IV.

Sur 100 paquets remplis par une machine, on a relevé 7 paquets de 220 g, 11 paquets de 230 g, 19 paquets de 240 g, 26 paquets de 250 g, 18 paquets de 260 g, 13 paquets de 270 g, 6 paquets de 280 g.

Déterminer à l'aide de la calculatrice la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

$\overline{x} =$ .... ; $\sigma \approx$ .... (valeur arrondie au centième)

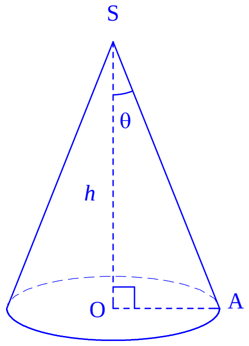
Préciser l'unité dans laquelle ces deux paramètres sont exprimés.

Ces deux paramètres sont exprimés en …………….. .

Corrigé du contrôle du 7-3-2014

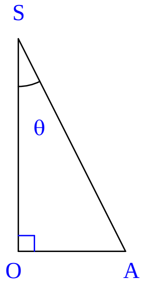
I.

On considère un cône de révolution de sommet S et de demi-angle au sommet θ (en radians).
On note h la hauteur de ce cône. Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.
Exprimer le volume V du cône en fonction de h et de θ.



$$V = \frac{\pi \times \tan^2 \theta \times h^3}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times OA^2 \times OS}{3}$$



Dans le triangle OAS, rectangle en O, on a : $\tan \theta = \frac{OA}{OS}$ soit $\tan \theta = \frac{OA}{h}$ donc $OA = h \tan \theta$.

Par conséquent, $V = \frac{\pi \times (h \tan \theta)^2 \times h}{3}$ d'où $V = \frac{\pi \times \tan^2 \theta \times h^3}{3}$.

On peut faire une analyse dimensionnelle rapide qui montre que la formule ne présente pas d'erreur.

II.

Soit ABC un triangle équilatéral dans le plan P. On considère les ensembles E_1 et E_2 ainsi définis :

$E_1 = \{ M \in P \,/\, (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = 0 \}$; $E_2 = \{ M \in P \,/\, (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \}$.

Compléter les cadres ci-contre.

Soit M un point quelconque du plan P.

$M \in E_1$ si et seulement si $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = 0$

si et seulement si $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) = 0$

si et seulement si $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$

[si et seulement si $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MC}$ sont orthogonaux] facultatif

L'ensemble E_1 est **le cercle de diamètre [BC]**.

Soit M un point quelconque du plan P.

$M \in E_2$ si et seulement si $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AM} = 0$

si et seulement si $(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AM} = 0$

si et seulement si $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$

[si et seulement si $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont orthogonaux] facultatif

L'ensemble E_2 est **la droite passant par A et perpendiculaire à (BC)**.

- Dans ce type d'exercice, on n'utilise pas l'expression trigonométrique du produit scalaire (cf. ci-après).
- On ne parle jamais du point M dans la conclusion.
- Dans le dernier « si et seulement si », on ne parle pas d'angle (ne pas dire $\widehat{MBC}$ est un angle droit car cet angle n'existe pas lorsque M est confondu avec B).
- Le mot « ensemble » ne doit apparaître qu'une seule fois dans la conclusion.

Version d'une élève :

Soit M un point quelconque du plan *P*.

$M \in E_2$ si et seulement si $\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AM}=0$

si et seulement si $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AM}=0$

si et seulement si $AB\times AM\times\cos\widehat{BAM}=AC\times AM\times\cos\widehat{CAM}$

si et seulement si $\cos\widehat{BAM}=\cos\widehat{CAM}$ (faux)

L'ensemble E_2 est **la médiatrice de [BC]**.

III.

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Capacité	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	2	4

1°) a) Déterminer la médiane Me de cette série.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Me.
2°) a) Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3.
b) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est comprise entre Q_1 et Q_3 au sens large.

1°) a) $Me=250$ b) 52,4 %

2°) a) $Q_1=160$; $Q_3=500$ b) 76,2 %

Capacité	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	2	4
Effectif cumulé croissant	2	11	22	29	34	36	38	42

1°) a) Les valeurs sont rangées par ordre croissant.
Le magasin compte 42 ordinateurs.
Cet effectif total est pair et l'on peut écrire $42=21+21$.
Donc la médiane de la série est située entre la 21^e et la 22^e valeur.
On complète le tableau en rajoutant une ligne avec les effectifs cumulés croissants.
On calcule la moyenne de la 21^e valeur et de la 22^e valeur.
Comme ces deux valeurs sont égales à 250, on obtient $Me=250$.

b) $2+9+11=22$
Il y a 22 ordinateurs de capacité de disque dur inférieure ou égale à 250 Go.

$\dfrac{22\times100}{42}\approx52,4$ (valeur arrondie au dixième) donc environ 52,4 % des ordinateurs ont une capacité de disque dur inférieure ou égale à la médiane.

Ce pourcentage est supérieur ou égal à 50 %, ce qui est conforme à la définition de la médiane d'une série statistique.

Il aurait également été intéressant de calculer le pourcentage d'ordinateurs pour lesquels la capacité est supérieure ou égale à Me. On trouve 69 % environ des ordinateurs. Ce résultat est supérieur ou égal à 50 %, ce qui est bien conforme à la définition de la médiane.

2°) a) $\dfrac{42}{4}=10,5$ donc Q_1 est la capacité du 11^e ordinateur.
$Q_1=160$

$\dfrac{3\times42}{4}=31,5$ donc Q_3 est la capacité du 32^e ordinateur.
$Q_3=500$

b) L'intervalle interquartile de la série est $\left[Q_1\ ;\ Q_3\right]=\left[160\ ;\ 500\right]$.

D'après le tableau, $9+11+7+5=34$ ordinateurs ont leur capacité située dans cet intervalle.

$\dfrac{34\times100}{42}\approx76,2$ (valeur arrondie au dixième) donc environ 76,2 % des ordinateurs sont situés entre Q_1 et Q_3 au sens large.

Ce pourcentage est conforme à la propriété du pourcentage d'appartenance à l'intervalle interquartile d'une série statistique.

On peut vérifier les résultats des valeurs de la médiane et des quartiles grâce à la calculatrice.

IV.

Sur 100 paquets remplis par une machine, on a relevé 7 paquets de 220 g, 11 paquets de 230 g, 19 paquets de 240 g, 26 paquets de 250 g, 18 paquets de 260 g, 13 paquets de 270 g, 6 paquets de 280 g.
Déterminer à l'aide de la calculatrice la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

$\overline{x} = 250$; $\sigma \approx 15{,}81$ (valeur arrondie au centième)

Les valeurs de ces deux paramètres sont exprimées en grammes.

Masse	220	230	240	250	260	270	280
Effectif	7	11	19	26	18	13	6

Pour l'écart-type, on obtient l'affichage suivant : 15,8113883.

On aurait pu demander la variance que l'on n'obtient pas directement sur la calculatrice : il faut soit la calculer à la main, soit prendre le résultat de l'écart-type sur la calculatrice et l'élever au carré.
La variance est égale à 250.

On obtient un résultat exact ; il n'y a donc pas besoin de le convertir en fraction.
C'est une coïncidence que le résultat soit égal à la moyenne.