1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 31 janvier 2014
(30 min)

Prénom : ……………………………………….………. **Nom :** ………………… **Note : …. / 20**

I. (2 points)

On pose $\mathrm{E}=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}$.

Compléter la phrase :

Donner sans faire de phrase les valeurs de x qui annulent l'expression E.

………………………..………………………………

II. (12 points)

Partie 1

Une entreprise a fabriqué 20 000 objets d'un modèle A en 1999.
Elle réduit régulièrement sa production de 2500 objets par an jusqu'à ce que la production devienne nulle.
On note u_n la production du modèle A pour l'année 1999 + n.

1°) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n) (donner toutes les précisions utilises).

$u_{n+1}=$…………………… (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (u_n) est ……………………………………………………………………………………………………

……

2°) Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n=$…………………… (un seul résultat, sans expliquer)

3°) Calculer la production du modèle A pour l'année 2007.

……………………. (un seul résultat)

4°) Déterminer à l'aide de la calculatrice le nombre total d'objets du modèle A qui ont été produits du 1$^{\text{er}}$ janvier 1999 au 31 décembre 2007.

……………………. (un seul résultat)

Partie 2

Dès 1999, cette entreprise lance un nouveau modèle B. 11 000 objets du modèle B ont été produits en 1999.
La production du modèle B augmente de 8 % chaque année*.
On note v_n la production du modèle B pour l'année 1999 + n.

1°) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. En déduire la nature de la suite (v_n).

$v_{n+1}=$…………………… (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (v_n) est ……………………………………………………………………………………………………

……

2°) Exprimer v_n en fonction de n.

$v_n=$…………………… (un seul résultat, sans expliquer)

3°) Calculer la production du modèle B pour l'année 2007.

……………………. (un seul résultat, valeur arrondie à l'unité)

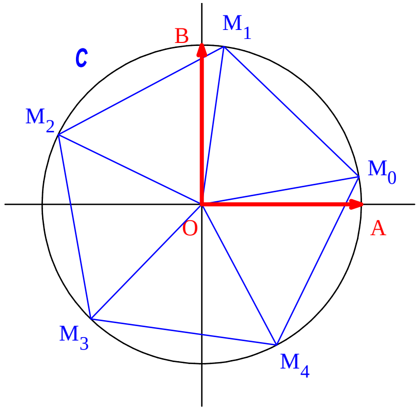
4°) Déterminer à l'aide de la calculatrice le nombre total d'objets du modèle B qui ont été produits du 1$^{\text{er}}$ janvier 1999 au 31 décembre 2007.

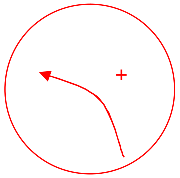
……………………. (un seul résultat, valeur arrondie à l'unité)

*Comme toujours dans ce type de situation, l'augmentation de 8 % est appliquée sur la production de chaque année et non sur la production de la première année.

III. (6 points = 4 points + 2 points)

Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct d'origine O, on note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique et on désigne par A et B les points de coordonnées respectives (1 ; 0) et (0 ; 1).
Soit $M_0M_1M_2M_3M_4$ un pentagone régulier convexe de sens direct inscrit dans $\mathcal{C}$.
On note x une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OM_0}\right)$; le point M_0 est donc l'image du réel x sur le cercle trigonométrique.





Ne rien écrire sur la figure.

1°) Donner en fonction de x un réel associé à chacun des points M_1, M_2, M_3, M_4.

M_1 :　　　　　M_2 :　　　　　M_3 :　　　　　M_4 :

2°) Déterminer les réels x tels que le point M_1 soit confondu avec le point B.
On utilisera une chaîne d'équivalences selon le modèle suivant à compléter :

$M_1 = B$ si et seulement si …………………………………………………

si et seulement si …………………………………………………

Corrigé du contrôle du 31-1-2014

I.

– 1 et 3

On résout l'équation du second degré « à la main » ou on utilise le programme de résolution des équations du second degré de la calculatrice.

• On ne met pas d'accolade puisque l'on ne donne pas un ensemble.

• Donner 1 comme valeur d'annulation est une énorme faute : 1 est une valeur interdite, pas une valeur d'annulation.

II.

Il s'agit d'un exercice de modélisation d'une situation concrète à l'aide de suites.

Partie 1

1°) $u_{n+1} = u_n - 2500$

La suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 20000$ et de raison $r = -2500$.

2°) $u_n = 20000 - 2500n$ ou $u_n = 2500(8-n)$

3°) $u_8 = 0$

La production du modèle A s'est donc arrêtée en 2007.

4°) 90 000

Ne disposant pas encore de formules pour les sommes de termes consécutifs pour les suites géométriques et arithmétiques, nous sommes obligés d'utiliser la calculatrice.

Formule sur la calculatrice : somme(suite(20000 – 2500*n*, *n*, 0, 8)

Partie 2

1°) $v_{n+1} = v_n \times 1,08$

La suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 11000$ et de raison $q = 1,08$.

2°) $v_n = 11\,000 \times 1,08^n$

3°) 20 360

4°) 137 363

Dans la partie 1, la modélisation correspond à une décroissance linéaire.
Dans la partie 2, la modélisation correspond à une croissance exponentielle.

III.

1°) Donnons en fonction de *x* un réel associé à chacun des points M_1, M_2, M_3, M_4.

$\mathrm{M}_1 : x + \dfrac{2\pi}{5}$ $\quad$ $\mathrm{M}_2 : x + \dfrac{4\pi}{5}$ $\quad$ $\mathrm{M}_3 : x + \dfrac{6\pi}{5}$ $\quad$ $\mathrm{M}_4 : x + \dfrac{8\pi}{5}$

2°) Déterminons les réels *x* tels que le point M_1 soit confondu avec le point B.

$\mathrm{M}_1 = \mathrm{B}$ si et seulement si $x + \dfrac{2\pi}{5} = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

si et seulement si $x = \dfrac{\pi}{10} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

On utilise la propriété suivante :

M est un point du cercle trigonométrique associé au réel *x*.
N est un point du cercle trigonométrique associé au réel *y*.

M et N sont confondus si et seulement $x = y + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$