Test sur les racines carrées

L'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisée.

Questions de cours :

1°) Définition de la racine carrée d'un nombre.

2°) Quelle est la longueur de la diagonale d'un carré de côté x ? On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

3°) Quelle est la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté y ? On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

I.

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a étant un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible).

$\mathrm{A} = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{125} - \sqrt{245} - 8\sqrt{5}$

$\mathrm{B} = 3\sqrt{18} - 7\sqrt{50} - \sqrt{8} + 2\sqrt{32}$

II.

1°) Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers, c étant le plus petit possible.

$\mathrm{C} = \left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2$ $\quad\quad$ $\mathrm{D} = \sqrt{250} - \sqrt{490} + 2\sqrt{81}$.

2°) En déduire que $\mathrm{D} - \mathrm{C}$ est un entier que l'on calculera.

III.

On donne : $\mathrm{E} = \sqrt{3}\left(1 + \sqrt{6}\right)$ et $\mathrm{F} = 3 - \sqrt{6}$.

1°) Calculer E^2 et F^2.

2°) Déterminer le nombre négatif G tel que $\mathrm{G}^2 = \mathrm{E}^2 + \mathrm{F}^2$.

Bonus :

Développer et réduire :

$\mathrm{A} = \left(4 + 5\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2} - 3\right)\left(3\sqrt{2} + 5\right)$

$\mathrm{B} = \left(\sqrt{5} - 3\right)^2 + \left(\sqrt{5} + 3\right)^2 - \left(\sqrt{5} + 3\right)\left(3 - \sqrt{5}\right)$

Corrigé du test

Questions de cours :

1°) Définition de la racine carrée d'un nombre.

Soit a un réel positif ou nul.
On appelle racine carrée de a le nombre x <u>positif ou nul</u> tel que $x^2 = a$.

2°) Quelle est la longueur de la diagonale d'un carré de côté x ?

$$x\sqrt{2}$$

3°) Quelle est la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté y ?

$$\frac{y\sqrt{3}}{2}$$

2°) Le résultat provient du théorème de Pythagore qui donne $\sqrt{2x^2}$ que l'on simplifie en $x\sqrt{2}$.

I.

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a étant un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible).

$A = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{125} - \sqrt{245} - 8\sqrt{5}$

$B = 3\sqrt{18} - 7\sqrt{50} - \sqrt{8} + 2\sqrt{32}$

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{20} + 3\sqrt{125} - \sqrt{245} - 8\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 7\sqrt{5} - 8\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 3\sqrt{18} - 7\sqrt{50} - \sqrt{8} + 2\sqrt{32} \\ &= 9\sqrt{2} - 35\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} \\ &= -20\sqrt{2} \end{aligned}$$

II.

1°) Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers, c étant le plus petit possible.

$C = \left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2$ $\qquad$ $D = \sqrt{250} - \sqrt{490} + 2\sqrt{81}$.

$$C = \left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2$$
$$= 2 - 2\sqrt{10} + 5$$
$$= 7 - 2\sqrt{10}$$

$$D = \sqrt{250} - \sqrt{490} + 2\sqrt{81}$$
$$= 5\sqrt{10} - 7\sqrt{10} + 18$$
$$= 18 - 2\sqrt{10}$$

2°) En déduire que $D - C$ est un entier que l'on calculera.

$$D - C = \left(18 - 2\sqrt{10}\right) - \left(7 - 2\sqrt{10}\right)$$
$$= 9$$

III.

On donne : $E = \sqrt{3}\left(1 + \sqrt{6}\right)$ et $F = 3 - \sqrt{6}$.

1°) Calculer E^2 et F^2.

$$E^2 = \left[\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{6}\right)\right]^2$$
$$= \left(\sqrt{3}\right)^2 \times \left(1 + \sqrt{6}\right)^2$$
$$= 3 \times \left(1 + 2\sqrt{6} + 6\right)$$
$$= 3 \times \left(7 + 2\sqrt{6}\right)$$
$$= 21 + 6\sqrt{6}$$

$$F^2 = \left(3 - \sqrt{6}\right)^2$$
$$= 9 - 6\sqrt{6} + 6$$
$$= 15 - 6\sqrt{6}$$

2°) Déterminer le nombre négatif G tel que $G^2 = E^2 + F^2$.

$$E^2 + F^2 = 21 + 6\sqrt{6} + 15 - 6\sqrt{6}$$
$$= 36$$

Donc le nombre négatif G tel que $G^2 = E^2 + F^2$ est – 6.

Bonus :

Développer et réduire :

$$A = \left(4+5\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+5\right)$$

$$B = \left(\sqrt{5}-3\right)^2 + \left(\sqrt{5}+3\right)^2 - \left(\sqrt{5}+3\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$$

$$A = \left(4+5\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+5\right)$$

$$= 16+20\sqrt{2}+50+12+10\sqrt{2}-9\sqrt{2}-15$$

$$= 73+21\sqrt{2}$$

$$B = \left(\sqrt{5}-3\right)^2 + \left(\sqrt{5}+3\right)^2 - \left(\sqrt{5}+3\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$$

$$= 5-6\sqrt{5}+9+5+6\sqrt{5}+9-\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)$$

$$= 5\cancel{-6\sqrt{5}}+9+5+\cancel{6\sqrt{5}}+9-\left[3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right]$$

$$= 28-\left(9-5\right)$$

$$= 24$$