TS1 spécialité

Contrôle du jeudi 10 octobre 2013 (50 minutes)

Écrire très lisiblement, sans rature ; encadrer les résultats demandés en rouge à la règle.

Prénom : …………………… **Nom : ………………………………**

Note : …. / 20

I. (4 points)

Soit a un entier naturel tel que le reste de la division euclidienne de a par 144 soit égal à 67.
Quel est le reste de la division euclidienne de a par 72 ? par 36 ? par 18 ?
On répondra de manière concise, mais avec précision.

………

………

………

………

………

………

………

II. (4 points)

On donne l'égalité : $197\ 719 = 341 \times 578 + 621$. Effectuer sans utiliser la calculatrice la division euclidienne de :
a) 197 719 par 341 b) 197 719 par 578 c) – 197 719 par 341 d) – 197 719 par 578.

………

………

………

………

………

………

………

………

III. (4 points)

Démontrer que les entiers naturels dont l'écriture en base 10 est $\overline{xyxy}$ (où x et y désignent des entiers naturels tels que $1 \leqslant x \leqslant 9$ et $0 \leqslant y \leqslant 9$) sont tous divisibles par un même nombre fixe que l'on déterminera.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

IV. (4 points)

On divise un entier naturel n par 137 et 143. Les quotients sont égaux et les restes respectifs sont 131 et 5.
Quel est cet entier n ?

V. (4 points)

Un entier naturel n est tel que si on le divise par 4 le reste vaut 3 et si on le divise par 5, le reste augmente de 1 et le quotient diminue de 1. Calculer n.

Corrigé du contrôle du 10-10-2013

I.

$a \in \mathbb{N}$ tel que le reste de la division euclidienne de a par 144 soit égal à 67.

Déterminons le reste de la division euclidienne de a par 72, 36, 18.

On peut écrire : $a = 144q + 67$ (1) où q désigne le quotient de la division euclidienne de a par 144 ($q \in \mathbb{N}$).

• (1) donne $a = 72 \times 2q + 67$.
De plus, on a $67 < 72$.
Donc le reste de la division euclidienne de a par 72 est **67**.

• (1) donne $a = 36 \times 4q + 67$ soit encore $a = 36 \times (4q+1) + 31$.
De plus, $31 < 36$.
Donc le reste de la division euclidienne de a par 36 est **31**.

• (1) donne $a = 18 \times 8q + 67$ soit encore $a = 36 \times \left[2(4q+1)\right] + 13$.
De plus, on a $13 < 18$.
Donc le reste de la division euclidienne de A par 18 est **13**.

II.

$197\ 719 = 341 \times 578 + 621$

On rappelle que le reste d'une division euclidienne est toujours positif ou nul.

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Justification
197 719	341	**579**	**280**	$197\ 719 = 341 \times 579 + 280$ $0 \leqslant 280 < 341$
197 719	578	**342**	**43**	$197\ 719 = 578 \times 342 + 43$ $0 \leqslant 43 < 578$
– 197 719	341	**– 580**	**61**	$-197\ 719 = 341 \times (-580) + 61$ $0 \leqslant 61 < 341$
– 197 719	578	**– 343**	**535**	$-197\ 719 = 578 \times (-343) + 535$ $0 \leqslant 535 < 578$

III.

Démontrons que les entiers naturels dont l'écriture en base 10 est $\overline{xyxy}$ (où x et y désignent des entiers naturels tels que $1 \leqslant x \leqslant 9$ et $0 \leqslant y \leqslant 9$) sont tous divisibles par un même nombre.

Soit x et y des entiers naturels tels que $1 \leqslant x \leqslant 9$ et $0 \leqslant y \leqslant 9$.

$$\begin{aligned}\overline{xyxy} &= 1000x + 100y + 10x + y \\ &= x(1000+10) + y(100+1) \\ &= 101(10x+y)\end{aligned}$$

$(10x+y) \in \mathbb{N}$

Donc $101 \mid \overline{xyxy}$

Conclusion :

Les entiers naturels dont l'écriture en base 10 est $\overline{xyxy}$ sont tous divisibles par 101.

IV.

On divise un entier naturel n par 137 et 143. Les quotients sont égaux et les restes respectifs sont 131 et 5.

Déterminons n.

Notons q le quotient de la division euclidienne de n par 137 et 143.

On a :

$n = 137q + 131$ (1)
$n = 143q + 5$ (2)

(1) et (2) permettent d'écrire : $137q + 131 = 143q + 5$ (3).

(3) donne $6q = 126$ soit $q = 21$.

En remplaçant dans l'égalité (1), on obtient $n = 147 \times 21 + 131$ soit $n = 3008$.

On peut vérifier que les restes de la division euclidienne de 3008 par 137 et 143 sont respectivement égaux à 131 et 5 et que les quotients sont tous les deux égaux à 21.

V.

Un entier naturel n est tel que si on le divise par 4 le reste vaut 3 et si on le divise par 5, le reste augmente de 1 et le quotient diminue de 1.

Calculons *n*.

Notons q le quotient de la division euclidienne de n par 4.

On a :

$n = 4q + 3 \quad (1)$

et

$n = 5(q-1)+3+1$ soit $n = 5q - 1$ (2).

(1) et (2) donnent : $4q+3 = 5q-1$ (3).

(3) donne $q = 4$.

En remplaçant dans l'égalité (1), on obtient $n = 4\times 4+3$ soit $n = 19$.

On peut vérifier rapidement que les conditions de l'énoncé sont respectées.