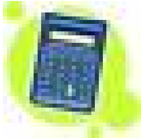
TS1 spécialité

Contrôle du jeudi 26 septembre 2013 (50 minutes)



Écrire très lisiblement, sans rature et sans utiliser d'abréviations.

Prénom : ………………………………… **Nom : ……………………………………………………**

I. (10 points : 1°) 4 points ; 2°) 3 points ; 3°) 3 points)

Le but de l'exercice est de déterminer tous les entiers relatifs n tels que $2n-5$ divise $n+3$.

1°) Soit n un entier relatif tel que $2n-5$ divise $n+3$.
Démontrer que $2n-5$ divise 11.

………

………

………

………

2°) Déterminer tous les diviseurs entiers relatifs de 11 ; en déduire les valeurs possibles de n.

………

………

………

………

………

………

………

3°) Étudier si les valeurs possibles de n déterminées précédemment conviennent ; conclure.

………..….

………..….

………..….

………..….

II. (10 points : 1°) a) 2 points ; b) 1 point ; c) 1 point ; d) 1 point ; e) 3 points ; 2°) 2 points)

Le but de l'exercice est de déterminer tous les couples $(x\,;y)$ d'entiers naturels tels que l'on ait :
$4x^2 = y^2 + 15 \quad (1)$.

1°) Soit $(x\,;y)$ un couple d'entiers naturels vérifiant (1).

a) Comparer $2x - y$ et $2x + y$.

………..….

………..….

b) Compléter les pointillés dans chaque parenthèse : (1) $\Leftrightarrow (.................)(.................) = 15 \quad (1')$.

c) Compléter la phrase suivante :

(1') permet de dire que $2x - y$ et $2x + y$ sont des ……………………………………… de 15.

d) Déterminer tous les diviseurs entiers positifs de 15.

………..….

e) En déduire les valeurs possibles de $(x\,;y)$.

2°) Vérifier que les couples trouvés précédemment conviennent. Conclure.

Corrigé du contrôle du 26-10-2013

I.

Le but de l'exercice est de déterminer tous les entiers relatifs n tels que $2n-5$ divise $n+3$.

1°) Soit n un entier relatif tel que $2n-5$ divise $n+3$.
Démontrer que $2n-5$ divise 11.

Si $2n-5$ divise $n+3$, alors $2n-5$ divise toute combinaison linéaire à coefficients entiers de lui-même ($2n-5$) et de $n+3$.

$$\mathbf{2}\times(n+3)+(\mathbf{-1})\times(2n-5)=11$$

Donc $2n-5$ divise 11.

2°) Déterminer tous les diviseurs entiers relatifs de 11 ; en déduire les valeurs possibles de n.

Les diviseurs entiers relatifs de 11 sont – 11 ; – 1 ; 1 ; 11.

On a donc :

$2n-5=-11$ $2n=-6$ $n=-3$	$2n-5=-1$ $n=2$	$2n-5=1$ $n=3$	$2n-5=11$ $n=8$

3°) Étudier si les valeurs possibles de n déterminées précédemment conviennent ; conclure.

	$2n-5$	$n+3$	Vérification
$n=-3$	– 11	0	– 11 divise 0
$n=2$	– 1	5	– 1 divise 5
$n=3$	1	6	1 divise 6
$n=8$	11	11	11 divise 11

Conclusion :

Les entiers n tels que $2n-5$ divise $n+3$ sont – 3, 2, 3, 8.

II.

Le but de l'exercice est de déterminer tous les couples $(x\,;y)$ d'entiers naturels tels que l'on ait :
$4x^2=y^2+15 \quad (1)$.

1°) Soit $(x\,;y)$ un couple d'entiers naturels vérifiant (1).

a) Comparer $2x-y$ et $2x+y$.

$$2x+y>2x-y$$

b) Compléter les pointillés dans chaque parenthèse : $(1) \Leftrightarrow (..................)(..................) = 15 \quad (1')$.

$(1) \Leftrightarrow (2x-y)(2x+y)=15 \quad (1')$

c) Compléter la phrase suivante :

$(1')$ permet de dire que $2x-y$ et $2x+y$ sont des diviseurs associés de 15.

d) Déterminer tous les diviseurs entiers positifs de 15.

Les diviseurs entiers positifs de 15 sont 1 ; 3 ; 5 ; 15.

e) En déduire les valeurs possibles de $(x\,;y)$.

(I) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x+y=15 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

(I) $\begin{cases} 2x-1=y \\ 2x+2x-1=15 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x-1=y \\ 4x=16 \end{cases}$

$\begin{cases} y=7 \\ x=4 \end{cases}$

(II) $\begin{cases} 2x-3=y \\ 2x+2x-3=5 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x-3=y \\ 4x=8 \end{cases}$

$\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$

2°) Vérifier que les couples trouvés précédemment conviennent. Conclure.

x	y	$4x^2$	y^2+15	égalité (1)
4	7	64	64	Vraie
2	1	16	16	Vraie

Il y a deux couples $(x\,;y)$ d'entiers naturels vérifiant l'égalité (1) : les couples $(4\,;7)$ et $(2\,;1)$.