

# Arrondi automatique d'un nombre

## ① Exemple

### • Énoncé :

On sait que 2,83 est l'arrondi automatique au centième d'un nombre  $x$ .

Donner le meilleur encadrement possible de  $x$ .

### • Solution :

**1<sup>er</sup> cas :** La deuxième décimale de  $x$  est 3.

Dans ce cas, la troisième décimale est soit 0, soit 1, soit 2, soit 3, soit 4.

On a donc  $x < 2,835$ .

**2<sup>e</sup> cas :** La deuxième décimale de  $x$  est 2.

Dans ce cas, la troisième décimale est soit 5, soit 6, soit 7, soit 8, soit 9.

On a donc  $x \geq 2,825$ .

Par conséquent, on peut donner un encadrement de  $x$  :

$$2,825 \leq x < 2,835$$

### • Remarque :

On ne dit pas la « valeur arrondie à  $10^{-3}$  près » ; on dit la « valeur arrondie au centième ».

En effet, la notion d'arrondi est un procédé permettant d'obtenir une valeur approchée. Elle n'est pas directement liée à la notion de distance.

### • Reprise de l'exemple :

2,83 est la valeur arrondie au centième de  $x$  signifie que  $2,825 \leq x < 2,835$ .

Soustrayons 2,83 à chaque membre, on obtient  $-0,005 \leq x - 2,83 < 0,005$ .

Donc on a :  $|x - 2,83| \leq 0,005$ .

Par conséquent, 2,83 est une valeur approchée de  $x$  à  $5 \times 10^{-3}$  près.

② **Plus généralement**, si  $x$  est un nombre réel et  $y$  sa valeur arrondie à la  $p$ -ième décimale,  $y$  est une valeur approchée de  $x$  à  $0,5 \times 10^{-p} = 5 \times 10^{-(p+1)}$  près.

**Rappel de définition :**

Soit  $x$  un réel et  $y$  un nombre décimal d'ordre  $p$ .

L'approximation décimale d'ordre  $p$ , par arrondi automatique, du réel  $x$  est égale

- à  $y$  si  $y \leq x < y + 0,5 \times 10^{-p}$  ;
- à  $y + 10^{-p}$  si  $y + 0,5 \times 10^{-p} \leq x < y + 10^{-p}$ .