1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 20 septembre 2013 (50 min)

Prénom et nom : …………………………………………………

Note : …. / 20

I. (3 points)

Calculer les nombres suivants (effectuer les calculs au brouillon ; donner chaque résultat sous forme simplifiée) :

$A = 4 - 2\times\left|\frac{1}{2} - 1\right|$; $B = \left|\sqrt{8} - 1\right| + 2\times\left|\sqrt{2} - 2\right|$; $C = 6 - \frac{\left|1 - 3\sqrt{3}\right| + 1}{\sqrt{3}}$.

A = ………………………	B = ………………………	C = ………………………

II. (8 points)

Déterminer les ensembles de solutions notés S_1, S_2, S_3, S_4 des équations et inéquations suivantes (recherche au brouillon) :

$|x - 5| = 2$ (1) ; $|2x + 1| < 3$ (2) ; $|x^2 - 2x - 4| = -1$ (3) ; $5 - |x - 1| < 0$ (4).

$S_1 =$ ………………………	$S_2 =$ ………………………	$S_3 =$ ………………………	$S_4 =$ ………………………

Pour les exercices **III** et **IV**, un effort tout particulier est demandé dans la rédaction.

Voici quelques critères d'une bonne démonstration :
- être concis et précis ;
- utiliser des liens logiques (donc, d'où, par conséquent …) ;
- écrire une idée par ligne ;
- éviter d'utiliser des pronoms.

Faire les figures au verso sur le papier quadrillé.

III. (5 points)

Soit ABC un triangle quelconque.

On note D et E les points définis par les égalités vectorielles $\overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (1) et $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ (2). Démontrer que les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

IV. (4 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On note I le point tel que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BA}$ et J le symétrique de C par rapport à B.
Démontrer que le quadrilatère AIBJ est un parallélogramme.

Figures

Corrigé du contrôle du 20-9-2013

I.

$A = 4 - 2\times\left|\frac{1}{2} - 1\right|$; $B = \left|\sqrt{8} - 1\right| + 2\times\left|\sqrt{2} - 2\right|$; $C = 6 - \frac{\left|1 - 3\sqrt{3}\right| + 1}{\sqrt{3}}$

Tous les résultats étaient égaux à 3, ce que l'on pouvait vérifier à la calculatrice.

$A = 3$	$B = 3$	$C = 3$

Solution détaillée :

$A = 4 - 2\times\left|\frac{1}{2} - 1\right|$

$A = 4 - 2\times\left|-\frac{1}{2}\right|$

$A = 4 - 2\times\frac{1}{2}$

$A = 3$

$B = \left|\sqrt{8} - 1\right| + 2\times\left|\sqrt{2} - 2\right|$

$B = \sqrt{8} - 1 + 2\times\left(2 - \sqrt{2}\right)$ (car $\sqrt{8} - 1 > 0$ et $\sqrt{2} - 2 < 0$)

$B = 2\sqrt{2} - 1 + 4 - 2\sqrt{2}$

$B = 3$

$C = 6 - \frac{\left|1 - 3\sqrt{3}\right| + 1}{\sqrt{3}}$ (car $1 - 3\sqrt{3} < 0$)

$C = 6 - \frac{3\sqrt{3} - 1 + 1}{\sqrt{3}}$

$C = 6 - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$C = 6 - 3$

$C = 3$

II. $\left|x - 5\right| = 2$ (1) ; $\left|2x + 1\right| < 3$ (2) ; $\left|x^2 - 2x - 4\right| = -1$ (3) ; $5 - \left|x - 1\right| < 0$ (4)

$S_1 = \{3\,;7\}$	$S_2 =]-2\,;1[$	$S_3 = \varnothing$	$S_4 =]-\infty\,;-4[\cup]6\,;+\infty[$

Solution détaillée :

• (1) est successivement équivalente à :

$x - 5 = 2$ ou $x - 2 = -5$

$x = 3$ ou $x = 7$

L'ensemble des solutions de (1) est : $S_1 = \{3\,;7\}$.

• (2) est successivement équivalente à :

$-3 < 2x + 1 < 3$

$-4 < 2x < 2$

$-2 < x < 1$

L'ensemble des solutions de (2) est $S_2 =]-2\,;1[$.

• L'égalité (3) est impossible car le résultat d'une valeur absolue est toujours positif ou nul.

L'ensemble des solutions de (3) est $S_3 = \varnothing$.

• (4) est successivement équivalente à :

$5 < \left|x - 1\right|$

$x - 1 < -5$ ou $x - 1 > 5$

L'ensemble des solutions de (4) est : $S_4 =]-\infty\,;-4[\cup]6\,;+\infty[$.

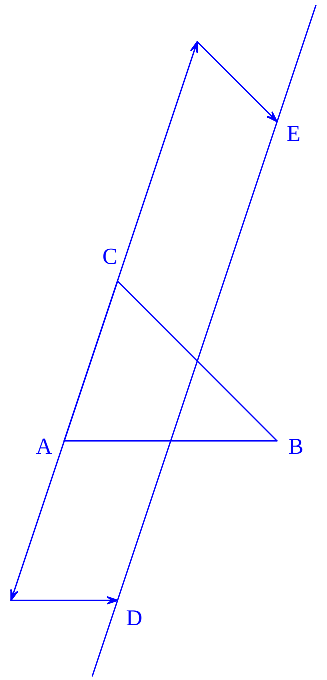
III.

ABC : triangle quelconque

$\overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (1)

$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ (2)

Démontrons que (DE) // (AC).



$$\begin{aligned}\overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}\\ &= 2\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}\\ &= \frac{7}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right)\\ &= \frac{7}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\\ &= 3\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Conclusion :

Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
Par suite, (DE) // (AC).

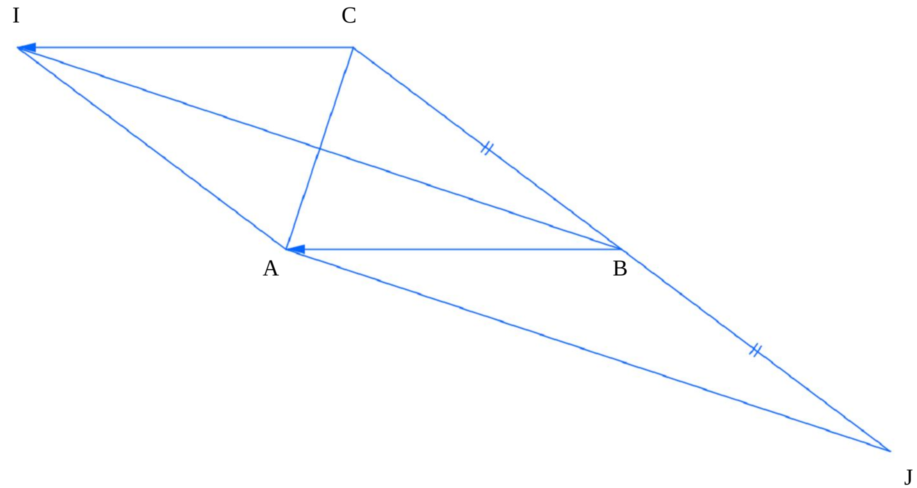
IV.

ABC : triangle quelconque

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BA}$

J : symétrique de C par rapport à B

On fait une figure codée.



Démontrons que le quadrilatère AIBJ est un parallélogramme.

On sait que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BA}$.
Donc ABCI est un parallélogramme.
Donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI}$ (1).

J est le symétrique de C par rapport à B donc B est le milieu de [CJ].
Par suite, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{JB}$ (2).

D'après (1) et (2), $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

On en déduit que le quadrilatère AIBJ est un parallélogramme.