

Infographie : tracer un cercle

Comment tracer un cercle sur un écran ?

Objectif : découvrir l'algorithme du point médian pour un tracé de cercle.

I. Pour commencer

Tracer sur l'écran de la calculatrice le cercle de centre l'origine du repère (coordonnées (0 ; 0)). Observer la figure obtenue : elle est formée de pixels. La forme obtenue n'est pas vraiment un cercle.

Il en est de même pour une droite ou pour une courbe quelconque : le tracé est effectué sur un écran composé d'un tableau de pixels qui vont être « allumés » ou « éteints ».

L'objectif de ce travail est de comprendre comment le tracé d'un cercle est effectué sur l'écran de la calculatrice.

II. On se place dans un repère orthonormé du plan (O, I, J).

On effectue un quadrillage du plan par des carrés de côté 1 et dont les centres sont à coordonnées entières. On suppose que chaque carré représente un pixel.

On se limite au tracé d'un quart de cercle ayant pour centre O dans le premier quadrant. Le reste du cercle est obtenu ensuite par des symétries.

Soit \mathcal{C} le cercle de centre O et de rayon r .

On « allume » le pixel contenant le point de coordonnées (0 ; r). On détermine les pixels suivants grâce à un algorithme.

1°) Sur les graphiques ci-dessous, un pixel est représenté par une case du quadrillage.

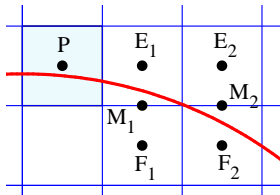
Un pixel « allumé » est repéré par son centre P. On « allume » comme pixel suivant celui de centre E_1 ou celui de centre F_1 .

Pour le choisir, on teste la position du milieu M_1 du segment joignant les points E_1 et F_1 par rapport au « vrai cercle » (tracé en rouge).

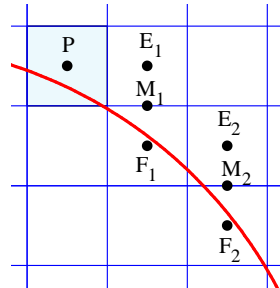
Si M_1 appartient au disque fermé (c'est-à-dire s'il est situé à l'« intérieur » du cercle), on « allume » le pixel de centre E_1 , sinon celui de centre F_1 .

a) Sur les graphiques ci-dessous, quels sont les centres des deux pixels allumés après P ?

Graphique 1



Graphique 2



b) On note $(x_p ; y_p)$ les coordonnées de P.

Quelles sont les coordonnées des points E_1 , F_1 , M_1 ?

c) Déterminer une équation du cercle \mathcal{C} .

Déterminer une inéquation caractérisant les points du disque fermé de centre O et de rayon r .

d) On pose $d = (x_p + 1)^2 + \left(y_p - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2$.

Quel pixel, E_1 ou F_1 , choisit-on si $d \leq 0$? Si $d > 0$?

2°) a) Recopier et compléter, à la main ou sur un tableur, le tableau donnant les coordonnées $(x ; y)$ des centres des pixels allumés pour tracer l'arc de cercle en rouge sur la figure ci-contre, de centre O et de rayon $r = 20$.

x	d	y
0		20
1		
...		

Sur tableur, voici quelques explications détaillant la manière de procéder.

	A	B	C
1	x	d	y
2	0		20
3	1		
4	...		

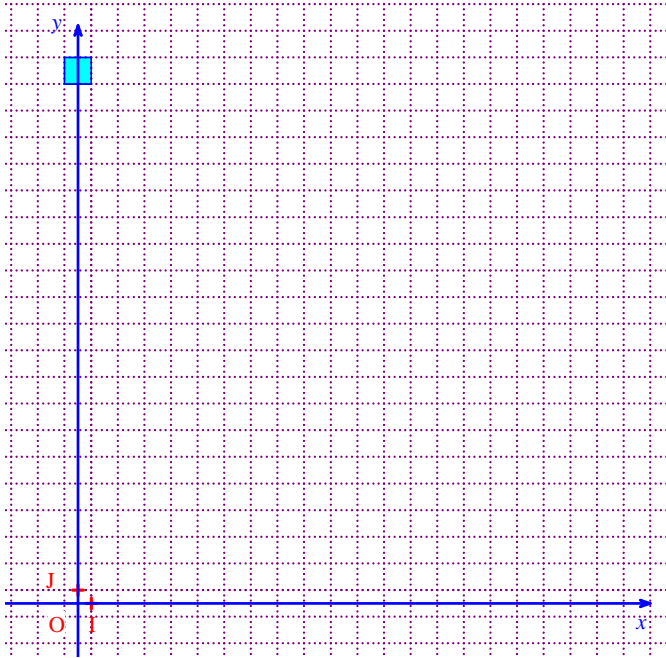
Dans la cellule A2, taper 0.

Dans la cellule A3, rentrer la formule `= A2 + 1` et tirer cette formule vers le bas.

Dans la cellule B3, rentrer la formule `= (A2 + 1)^2 + (C2 - 0,5)^2 - 20^2` et tirer cette formule vers le bas.

Dans la cellule C3, rentrer la formule `= SI(B3 < 0 ; C2 ; C2 - 1)` et tirer cette formule vers le bas.

b) Colorier les cases de la figure ci-dessous représentant ces pixels « allumés » (sans tracer le cercle au début, évidemment !).



Tracer enfin le « vrai » quart de cercle au compas sur la figure ci-dessus et comparer avec le tracé avec la méthode de l'algorithme du point médian.