



Prénom et nom :

Note : /20

Ne rien écrire, ne rien surligner sur le sujet en dehors de ce qui est demandé (ni au recto ni au verso).
Il n'est pas demandé de détailler les calculs.

I. (11 points = 2 + 5 + 3 + 1)

L'organisateur d'une course cycliste annonce que, désormais, le taux de sportifs dopés est insignifiant puisqu'il est seulement de 4 %.
À partir d'un échantillon de 30 concurrents (la population est suffisamment grande pour considérer qu'il s'agit de tirages avec remise) soumis à un test antidopage, on obtient une fréquence f de sportifs dopés.

1°) On fait l'hypothèse que l'organisateur dit vrai et que le taux de cyclistes dopés est $p = 0,04$.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de sportifs dopés de l'échantillon.
Quelle est la loi de X ? Préciser ses paramètres.

2°) Déterminer les entiers a et b ainsi définis :
• a est le plus petit entier naturel tel que $P(X \leq a) > 0,025$;
• b est le plus petit entier naturel tel que $P(X \leq b) > 0,975$.

En déduire un intervalle de fluctuation de la fréquence f au seuil de 95 % (donner les bornes sous forme fractionnaire).

3°) Énoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non l'hypothèse « $p = 0,04$ » selon la valeur de la fréquence f des coureurs dopés de l'échantillon.

4°) Sur 30 concurrents testés, 5 ont été déclarés positifs au test antidopage.
Peut-on considérer au seuil de 5 %, l'affirmation de l'organisateur de la course comme exacte ?

II. (9 points = 2 + 4 + 3)

À la suite d'une étude statistique, on admet que la probabilité qu'une moto soit volée au cours d'une année est de 0,01.
Le responsable d'un club moto propose aux membres de constituer leur propre compagnie d'assurance contre le vol.

1°) La nouvelle compagnie assure 10 motos. En cas de vol, elle verse une somme de 4 500 € à l'assuré. On suppose que les vols des différentes motos sont indépendants et on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de motos volées parmi les 10 assurées au cours d'une année.
a) Déterminer le plus petit entier naturel a tel que $P(X \leq a) \geq 0,999$.
b) Déterminer les provisions nécessaires, c'est-à-dire la somme que doit avoir en réserve la compagnie d'assurance, pour pouvoir indemniser toutes les victimes de vols de l'année observée avec une probabilité supérieure ou égale à 0,999. En déduire le coût de l'assurance contre le vol par assuré.

2°) Après quelques années, la compagnie s'est agrandie. Elle assure désormais 200 motos.
Quel est le nouveau coût par assuré ? Expliquer brièvement. Que remarque-t-on ?

I.

1°) X suit la loi

2°) $a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$

$I = \dots\dots\dots$

3°)

.....

.....

4°)

.....

II.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Corrigé du contrôle du 31-5-2013

I.

1°) X suit la loi **B(30 ; 0,04)**.

2°) $a = 0$ $b = 4$ (programme sur calculatrice)

Un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % (ou à environ 95 %) est : $I = \left[0; \frac{4}{30} \right]$ (ou encore $I = \left[0; \frac{2}{15} \right]$)

3°) On peut énoncer la règle de décision (test d'hypothèse) :

- Si $f \notin I$, on rejette l'affirmation de l'organisateur de la course au seuil de risque de 5 %.
- Si $f \in I$, on ne rejette pas l'affirmation de l'organisateur de la course au seuil de risque de 5 %.

4°) On a : $f = \frac{5}{30}$ (inutile de simplifier).

$f \notin I$ donc **on rejette l'affirmation de l'organisateur de la course au seuil de risque de 5 %**.

II.

1°) a) (tableau de la fonction de répartition de la loi binomiale)

b) $a = 2$

$$2 \times 4500 = 9000$$

La compagnie d'assurance doit avoir en réserve 9000 € pour pouvoir indemniser toutes les victimes de vols de l'année observée avec une probabilité supérieure ou égale à 0,999.

$$\frac{2 \times 4500}{10} = 900$$

Le coût de l'assurance minimum est de 900 € par assuré.

2°) $a = 8$

$$\frac{8 \times 4500}{200} = 180$$

Le nouveau coût de l'assurance minimum est de 180 € par assuré (même méthode qu'au 1°).

Le coût est nettement moins élevé.