1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du lundi 15 avril 2013
(30 min)

Prénom : ………………………………………….…….. **Nom :** ………………… **Note : …. / 20**

I. (14 points)

Pour chaque question, il y a une seule réponse possible. Indiquer laquelle.
Ne rien écrire, ne rien entourer, ne rien surligner sur ce qui suit.

Le barème est le suivant :
- chaque bonne réponse rapporte deux points ;
- chaque mauvaise réponse enlève deux points ;
- une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Compléter très lisiblement à l'encre, sans rature ni blanc le tableau ci-contre à l'aide des lettres correspondant aux réponses choisies (lettres en minuscules).

1°) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 2$.
La fonction f permettant de déterminer de façon explicite la suite (u_n), c'est-à-dire telle que pour tout entier naturel n on ait $u_n = f(n)$, est la fonction définie par :

a. $f(x) = x - 2$ b. $f(x) = 3 - 2x$ c. $f(x) = 3 + 2x$

2°) Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.
$u_0 + u_1 + \ldots + u_{10} =$

a. 1 024 b. 3 069 c. 6 141

3°) Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_{997} = 2{,}5$ et $u_{1010} = -4$.
$u_{1012} =$

a. – 10,5 b. – 3 c. – 5

4°) Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}^*$ de premier terme $u_1 = 100$ et de raison $q = 1{,}1$.
$u_4 =$

a. 146,11 b. 139,76 c. 133,1

5°) Soit (u_n) une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de raison $q \in \mathbb{R}_+^*$ telle que $u_4 = 12$ et $u_6 = 36$.
$q =$

a. 3 b. $\sqrt{3}$ c. $-\sqrt{3}$

6°) Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = -2$ et de raison $r = 4$.
$u_0 + u_1 + \ldots + u_n =$

a. $2(n^2 - 1)$ b. $2(n+1)^2$ c. $2(n^2 - n)$

7°) Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = -2$.
Pour tout entier naturel n, on a $u_n =$

a. $3 \times (-2)^n$ b. -6^n c. $3 + (-2)^n$

Question	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**Note**
Réponse	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	

II. (2 points)

Une entreprise achète un robot 6 800 €. Les conditions sont les suivantes : les montants des paiements notés u_0, u_1, u_2, u_3 sont des termes consécutifs de la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 et de raison $q = 0{,}6$.
Calculer les quatre remboursements u_0, u_1, u_2, u_3.

$u_0 =$……… $u_1 =$……… $u_2 =$……… $u_3 =$………

III. (4 points)

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = -5$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n - 2$.
Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 1$.
Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. Que peut-on en déduire pour la suite (v_n) ?

……...

……...

……...

……...

……...

Corrigé du contrôle du 15-4-2013

I. QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	b	c	c	c	b	a	a

Justification pour quelques questions :

1°) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 2$.
La fonction f permettant de déterminer de façon explicite la suite (u_n), c'est-à-dire telle que pour tout entier naturel n on ait $u_n = f(n)$, est la fonction définie par :

a. $f(x) = x - 2$ b. $f(x) = 3 - 2x$ c. $f(x) = 3 + 2x$

(u_n) est arithmétique de raison – 2 donc $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n = 3 - 2n$ (formule explicite du terme général d'une suite arithmétique de raison – 2).

La fonction f permettant de déterminer de façon explicite la suite (u_n), c'est-à-dire telle que pour tout entier naturel n on ait $u_n = f(n)$, est la fonction définie par $f(x) = 3 - 2x$.

2°) Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.
$u_0 + u_1 + ... + u_{10} =$

a. 1 024 b. 3 069 c. 6 141

$u_0 + u_1 + ... + u_{10} = 11 \times \dfrac{u_0 + u_{10}}{2} = ... = 6141$ (le nombre de termes de la somme est égal à 11).

3°) Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_{997} = 2,5$ et $u_{1010} = -4$.
$u_{1012} =$

a. – 10,5 b. – 3 c. – 5

On calcule la raison r.

$u_{1010} - u_{997} = 13r$ doc $-6,5 = 13r$ d'où $r = -0,5$.
Par suite, $u_{1012} = u_{1010} + 2r = -4 - 2 \times 0,5 = -5$.

6°) Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = -2$ et de raison $r = 4$.
$u_0 + u_1 + ... + u_n =$

a. $2(n^2 - 1)$ b. $2(n+1)^2$ c. $2(n^2 - n)$

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + ... + u_n &= (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2} \\ &= (n+1) \times \frac{-2 - 2 + 4n}{2} \\ &= (n+1) \times \frac{4n - 4}{2} \\ &= 2(n+1) \times (n-1) \\ &= 2(n^2 - 1) \end{aligned}$$

7°) Soit (u_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = -2$.
Pour tout entier naturel n, on a $u_n =$

a. $3 \times (-2)^n$ b. -6^n c. $3 + (-2)^n$

$u_n = 3 \times (-2)^n$ (on ne peut pas réduire)

II.

Une entreprise achète un robot 6 800 €. Les conditions sont les suivantes : les montants des paiements notés u_0, u_1, u_2, u_3 sont des termes consécutifs de la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 et de raison $q = 0,6$.
Calculer les quatre remboursements u_0, u_1, u_2, u_3.

$u_0 = 3125$ $u_1 = 1875$ $u_2 = 1125$ $u_3 = 675$

En effet, $u_1 = 0,6u_0$ $u_2 = 0,6^2 \times u_0$ $u_3 = 0,6^3 \times u_0$

On a : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 6800$ (1).
(1) donne :
$u_0\left[1 + 0,6 + (0,6)^2 + (0,6)^3\right] = 6800$
$2,176u_0 = 6800$
$u_0 = \dfrac{6800}{2,176}$
$u_0 = 3125$

On en déduit que : $u_1 = 1875$, $u_2 = 1125$, $u_3 = 675$.

III. (u_n) : suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = -5$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 3u_n - 2$

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 1$.

• Exprimons v_{n+1} en fonction de v_n.

$$\begin{aligned} \forall\, n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} &= u_{n+1} - 1 \\ &= 3u_n - 2 - 1 \\ &= 3u_n - 3 \\ &= 3(u_n - 1) \\ &= 3v_n \end{aligned}$$

• Que peut-on en déduire pour la suite (v_n) ?

On en déduit que (v_n) est une suite géométrique de raison 3.