1$^{\text{ère}}$ S

Calcul mental

calcul rapide

à faire de tête sans poser les calculs, le plus vite possible (pas plus de 5 minutes pour chaque séance)

Objectifs :

- développer les automatismes de calcul
- faire travailler sa tête

Séance 1 (jeudi 11 avril 2013)

① $(x+1)(x+3) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (développer-réduire)

② $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (mettre au même dénominateur)

③ $f : x \mapsto \sqrt{x}$

$f'(4) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

④ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = x$.

⑤ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 > 1$.

Corrigé

① $(x+1)(x+3)=x^2+4x+3$

② $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{2+x}{2x}$

③ $f'(4)=\frac{1}{4}$

④ Les solutions sont 0 et 1.

On passe tout dans le membre de gauche.
On factorise.
On n'utilise pas de discriminant (trop long, perte de temps).

⑤ L'ensemble des solutions est $]-\infty\,;-1[\cup]1\,;+\infty[$.

Séance 2 (vendredi 12 avril 2013)

① $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = ...$

② $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = ...$ (écrire le résultat sans racine au dénominateur)

③ $\sqrt{x^2+2x+1} = ...$ (écrire le résultat sans racine carrée)

④ L'abscisse du sommet de la parabole d'équation $y = x^2+2x+3$ est égal ……………………..

⑤ Nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2+x-2013=0$.

Corrigé

① $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (voir le cercle trigonométrique dans sa tête)

② $\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\sqrt{2}-1$ (utilisation de la « quantité conjuguée du dénominateur)

③ $\sqrt{x^2+2x+1}=\sqrt{(x+1)^2}=|\,x+1\,|$ (valeurs absolues indispensables)

④ L'abscisse du sommet de la parabole d'équation $y=x^2+2x+3$ est égal à – 1.

Formule de l'abscisse du sommet de la parabole d'équation $y=ax^2+bx+c$: $\alpha=-\frac{b}{2a}$.

Ici : $\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2}=-1$.

⑤ 2 solutions car a et c sont de signes contraires donc le discriminant est strictement positif.

Séance 3 (jeudi 18 avril 2013)

① Diagonale d'un carré de côté $\sqrt{3}$.

② Forme canonique de $x^2 - 2x + 3$.

③ Simplifier $\dfrac{\pi^2 - 9}{\pi - 3}$.

④ Coordonnées du milieu du segment joignant les points A(– 1 ; 4) et B(5 ; 2).

⑤ On a $\dfrac{1}{x} + y = 1$ (on suppose que $x \neq 0$).
Exprimer x en fonction de y.

Corrigé

① Diagonale d'un carré de côté $\sqrt{3}$ $= \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

$= \sqrt{6}$

② Forme canonique de $x^2 - 2x + 3$.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 3 &= x^2 - 2x + 1 - 1 + 3 \\ &= (x-1)^2 + 2 \end{aligned}$$

③ Simplifier $\dfrac{\pi^2 - 9}{\pi - 3}$.

$$\frac{\pi^2 - 9}{\pi - 3} = \frac{(\pi + 3)\cancel{(\pi - 3)}}{\cancel{\pi - 3}}$$

$$= \pi + 3$$

④ Coordonnées du milieu du segment joignant les points A(– 1 ; 4) et B(5 ; 2).

$$\mathrm{I} \left| \begin{array}{l} x_{\mathrm{I}} = \dfrac{x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}}{2} = \dfrac{-1+5}{2} = 2 \\ y_{\mathrm{I}} = \dfrac{y_{\mathrm{A}} + y_{\mathrm{B}}}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3 \end{array} \right.$$

⑤ On a $\dfrac{1}{x} + y = 1$.
Exprimer x en fonction de y.

$$\frac{1}{x} + y = 1$$

$$\frac{1}{x} = 1 - y$$

$$x = \frac{1}{1-y}$$

Séance 4 (vendredi 12 avril 2013)

① Solution de l'équation $3(x+1)-2x=5$.

② Discriminant de $x^2-mx+1=0$ où m est un réel.

③ Minimum de la fonction $f : x \mapsto |x|-4$.

④ Dans un repère orthonormé d'origine O, équation du cercle de centre O et de rayon 1.

⑤ Dérivée de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{3}{2x}$.

Séance 5 (vendredi 26 avril 2013)

① Solutions de l'équation $(x-3)^2 = 2$.

② $\left|\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

③ $1+2+2^2+....+2^{2013} = \ldots\ldots\ldots$ (expression simplifiée)

④ Développement de $(x-1)(x+1)-(x-3)(x+3)$.

⑤ Valeur de $\binom{2013}{1}$.