$1^{\text{ère}}$ **S1**

# Contrôle du jeudi 4 avril 2013 (30 min)

**Prénom :** ……………………………………….……… **Nom :** ………………… **Note : …. / 20**

---

## I. (8 points)

Soit ABC un triangle quelconque.
On pose $a = \text{BC}$, $b = \text{CA}$, $c = \text{AB}$.
On note :

- $\alpha$ la mesure en radians de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ ;
- $m$ la longueur de la médiane issue de A ;
- $S$ l'aire du triangle ABC.

Exprimer :

1°) $a^2$ en fonction de $b$, $c$, $\alpha$ ;

2°) $\cos\alpha$ en fonction de $a$, $b$, $c$ ;

3°) $S$ en fonction de $a$, $b$, $c$, $\alpha$ ;

4°) $m^2$ en fonction de $a$, $b$, $c$, $\alpha$.

Écrire un seul résultat à chaque fois, sans rature.

| | |
|---|---|
| $a^2 =$ ………………………………. | $S =$ ……………………………... |
| $\cos\alpha =$ ………………………………. | $m^2 =$ ………………………………. |

---

## II. (4 points)

Soit A et B deux points quelconques du plan $P$. On note I le milieu de [AB].

Compléter les égalités ci-dessous valables pour tout point M de $P$.

$\text{MA}^2 - \text{MB}^2 =$ ………………………………. ; $\overrightarrow{\text{MA}} \cdot \overrightarrow{\text{MB}} =$ ……………………………….

---

## III. (8 points)

Soit EFG un triangle tel que FG = 6 cm, $\widehat{\text{EFG}} = 59°$ et $\widehat{\text{FGE}} = 37°$.
Le tracé de la figure n'est pas demandé.

Calculer l'aire $\boldsymbol{A}$ du triangle EFG en $\text{cm}^2$ (valeur exacte puis valeur arrondie au dixième).
Détailler toute la démarche ci-dessous et au verso.

# Corrigé du contrôle du 4 avril 2013

## I.

Il s'agissait d'une simple question de cours (avec quelques variantes).
Que d'erreurs cependant ! Formules mal sues, erreurs de signes, problèmes d'homogénéité…

1°) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

2°) $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ *

3°) $S = \dfrac{1}{2}bc\sin\alpha$

4°) $m^2 = \dfrac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$ **

* On utilisait la formule précédente (formule du côté ou de Pythagore généralisé).

** On utilisait la formule de la médiane : $b^2 + c^2 = 2m^2 + \dfrac{a^2}{2}$.

---

## II.

A et B : points quelconques du plan *P*

I : milieu de [AB]

Pour tout point M de *P*, on a :

$$\mathrm{MA}^2 - \mathrm{MB}^2 = 2\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{IM}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MB}} = \mathrm{MI}^2 - \frac{\mathrm{AB}^2}{4}$$

---

## III.

EFG : triangle tel que FG = 6 cm, $\widehat{\mathrm{EFG}} = 59°$ et $\widehat{\mathrm{FGE}} = 37°$

### Calculons l'aire $\mathcal{A}$ du triangle EFG.

$$\begin{aligned}\widehat{\mathrm{FEG}} &= 180° - (59° + 37°)\\ &= 180° - 96°\\ &= 84°\end{aligned}$$

D'après la loi des sinus, on a : $\frac{\mathrm{FG}}{\sin \hat{\mathrm{E}}} = \frac{\mathrm{EG}}{\sin \hat{\mathrm{F}}}$ soit $\frac{6}{\sin 84°} = \frac{\mathrm{EG}}{\sin 59°}$.

Donc $\mathrm{EG} = \frac{6 \times \sin 59°}{\sin 84°}$ (valeur exacte ; inutile de donner une valeur approchée).

D'après la formule donnant l'aire d'un triangle, on a : $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6 \times \sin 59°}{\sin 84°} \times \sin 37°$

soit $\mathcal{A} = \frac{18 \times \sin 59° \times \sin 37°}{\sin 84°}$ (valeur exacte)

En utilisant la calculatrice (en mode degré !), on trouve :

$\mathcal{A}$ = 9,33655749…

Donc $\mathcal{A}$ **≈ 9,3** cm$^2$ **(valeur arrondie au dixième)**.

On ne faisait pas de calculs approchés intermédiaires.