1ère S1

Contrôle du lundi 4 février 2013 (30 min)

Prénom : ………………………………………………. **Nom :** …………………… **Note : …. / 20**

I. (5 points)

1°) **Question de cours**

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Soit k et k' deux réels non nuls.

Compléter les formules suivantes (une seule chose à la fois).

$\left(\vec{v}\,;\vec{u}\right)=$.......... $\left(\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=$.......................... $\left(-\vec{u}\,;\vec{v}\right)=$.......................... $\left(-\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=$............

On suppose que $kk'>0$. $\left(k\vec{u}\,;k'\vec{v}\right)=$.................... . On suppose que $kk'<0$. $\left(k\vec{u}\,;k'\vec{v}\right)=$...................

2°) Soit ABCD un carré direct de centre O dans le plan orienté.
En utilisant les règles du 1°) (et uniquement ces règles, c'est-à-dire sans introduire de nouveau point), déterminer par le calcul une mesure en radians des angles orientés $\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}\right)$, $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}\right)$.
On écrira toutes les étapes de la démarche de manière à bien laisser la « trace » des formules utilisées.
Le nombre de lignes marquées correspond au nombre de lignes souhaitées.

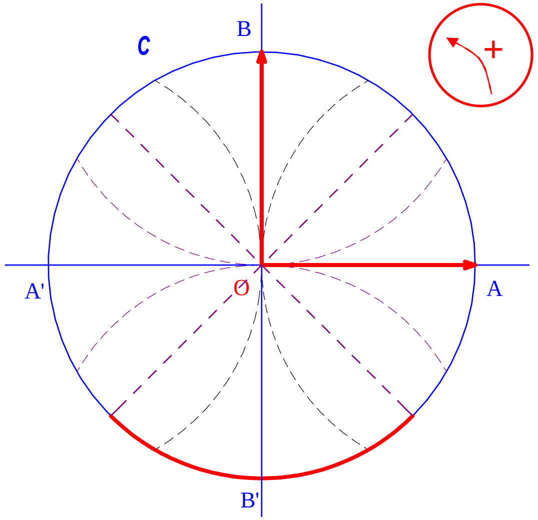
$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}\right)=$...............................
$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}\right)=$...............................
$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}\right)=$...............................
$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}\right)=$...............................	$\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}\right)=$...............................	

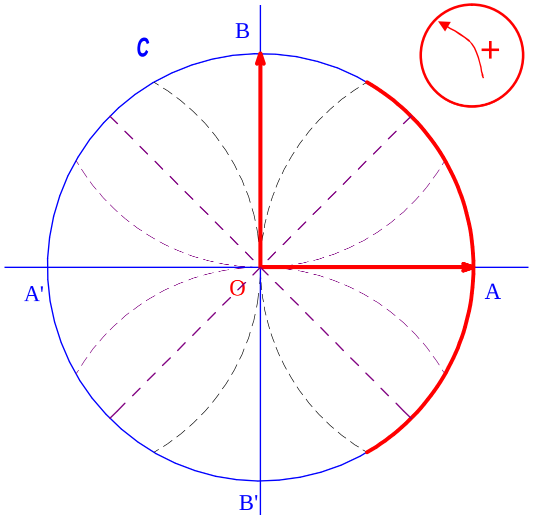
Dans les exercices **II** et **III**, on note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé d'origine O.

II. (4 points)

Sur chaque figure, repasser en rouge l'arc en trait gras.

Déterminer l'ensemble des réels de l'intervalle [– π ; π] puis de l'intervalle [0 ; 2π] dont les images sur le cercle trigonométrique forment l'arc (extrémités comprises).





[– π ; π] : ……………………	[– π ; π] : ……………………
[0 ; 2π] : …………………	[0 ; 2π] : …………………

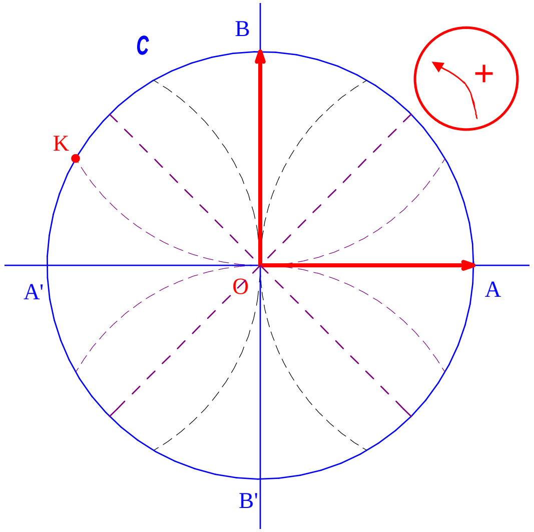
III. (3 points)

Déterminer trois réels différents dont au moins un réel négatif ayant pour image le point K.

……….

……….

……….



IV. (2 points)

1°) Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0=-23$ et de raison $r=0,4$. $u_{100}=$……………

2°) Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_1=-3$ et de raison $q=-2$. $v_5=$……………

V. (2 points)

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement, la concentration diminuant de 30 % chaque heure. On note c_n la concentration, en mg/L, n heures après l'injection ($n \in \mathbb{N}$). On donne $c_0 = 4$.
Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n. En déduire la nature de la suite (c_n).

$c_{n+1} =$ .... (un seul résultat, sans expliquer)

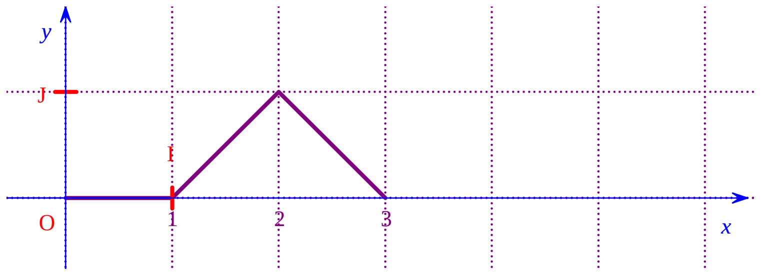
La suite (c_n) est ……………………………………………………………………………………………….

…….

Les exercices **VI** et **VII** portent sur des algorithmes géométriques dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On pourra, s'il reste du temps, effectuer la programmation sur calculatrice.

VI. (2 points)

On souhaite construire à l'aide d'un algorithme une ligne brisée à partir du motif donné ci-dessous composé de trois segments en appliquant n fois successivement une translation de vecteur $3\overrightarrow{OI}$ (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1 qui sera demandé à l'utilisateur). La figure comportera donc n motifs.



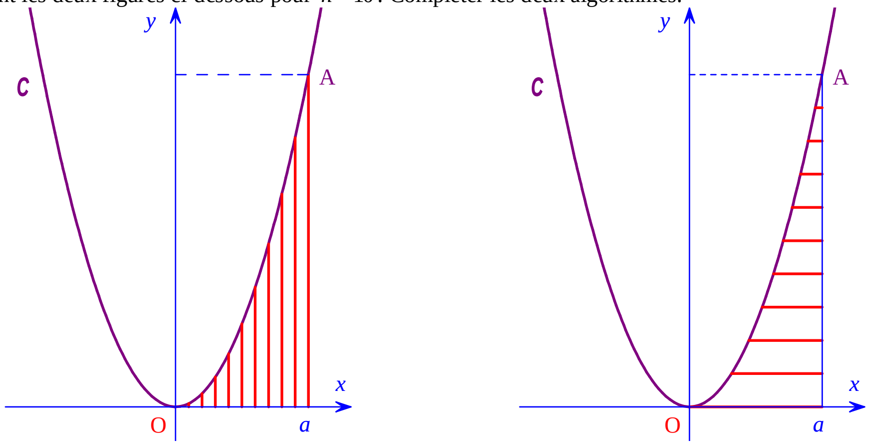
Compléter l'algorithme ci-dessous.

Entrée :
Saisir n

Traitement et sorties :
Pour k entier naturel allant de 0 à …………. avec un pas de ….. **Faire**
  Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
  Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
  Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
FinPour

VII. (2 points)

On note $\mathcal{C}$ la parabole d'équation $y = x^2$.
On désire réaliser des algorithmes qui permettent de hachurer le domaine situé entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$ sur l'intervalle [0 ; a] où a est un réel strictement positif (qui sera demandé à l'utilisateur).
On s'intéresse à deux systèmes de hachures régulièrement espacées* : hachures verticales et hachures horizontales.
L'algorithme demande à l'utilisateur de saisir n en entrée, qui correspond au nombre de hachures souhaité comme le montrent les deux figures ci-dessous pour $n = 10$. Compléter les deux algorithmes.



Entrées :
Saisir a
Saisir n

Traitement et sorties :
h prend la valeur $\dfrac{a}{n}$
Pour k entier naturel allant de 1 à n **Faire**
  Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
FinPour

Entrée :
Saisir a
Saisir n

Traitement et sorties :
h prend la valeur $\dfrac{a^2}{n}$
Pour k entier naturel allant de 0 à $n-1$ **Faire**
  Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
FinPour

* Les hachures sont régulièrement espacées signifie que la distance entre deux hachures consécutives est constante.

Corrigé du contrôle du 4-2-2013

I.

1°) **Question de cours**

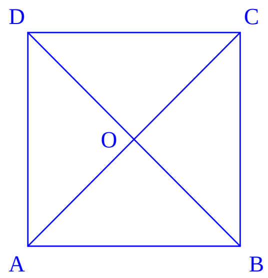
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Soit k et k' sont deux réels non nuls.

$(\vec{v}\,;\vec{u}) = -(\vec{u}\,;\vec{v})$ $\quad (\vec{u}\,;-\vec{v}) = (\vec{u}\,;\vec{v}) + \pi$ $\quad (-\vec{u}\,;\vec{v}) = (\vec{u}\,;\vec{v}) + \pi$ $\quad (-\vec{u}\,;-\vec{v}) = (\vec{u}\,;\vec{v})$

On suppose que $kk' > 0$. $\quad (k\vec{u}\,;k'\vec{v}) = (\vec{u}\,;\vec{v})$. On suppose que $kk' < 0$. $\quad (k\vec{u}\,;k'\vec{v}) = (\vec{u}\,;\vec{v}) + \pi$

2°) ABCD : carré direct de centre O

Déterminons une mesure en radians des angles orientés $(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB})$, $(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB})$ et $(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA})$.



$(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{BC}\,;-\overrightarrow{BO})$

$(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BO}) + \pi$

$(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}) = \dfrac{\pi}{4} + \pi$

$(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{OB}) = \dfrac{5\pi}{4}$

$(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}) = (-\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DB})$

$(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}) = (\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DB}) + \pi$

$(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}) = -\dfrac{\pi}{4} + \pi$

$(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{DB}) = \dfrac{3\pi}{4}$

$(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}) = (-\overrightarrow{AC}\,;-\overrightarrow{AB})$

$(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AB})$

$(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{BA}) = -\dfrac{\pi}{4}$

On se ramène à des vecteurs de même origine donnant un angle orienté lisible sur la figure (configuration du carré).

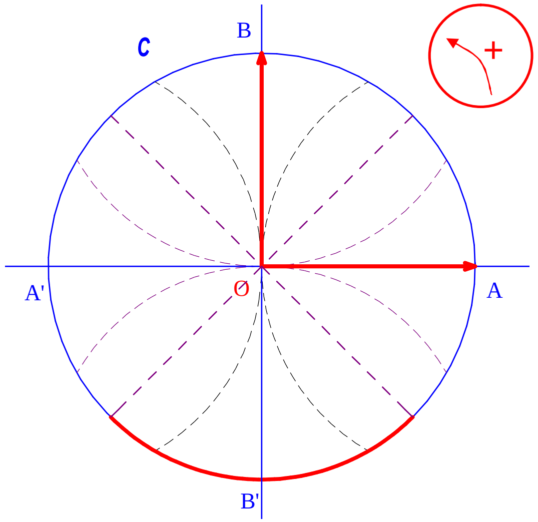
On a une partie littérale (avec les noms des points) avant de terminer avec des chiffres (on attend une valeur c'est-à-dire un nombre à la fin).

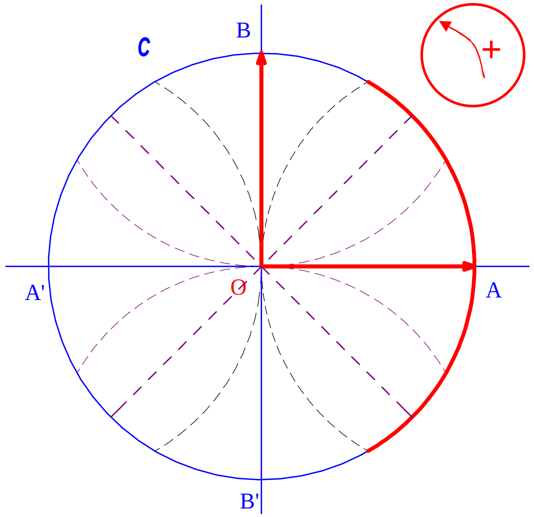
Sans introduire de nouveau point signifie : sans introduire de point ni déjà donnés dans l'énoncé ni par « création ».

II.

On repasse en rouge les arcs sur les figures.

Déterminons l'ensemble des réels de l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$ puis de l'intervalle $[0\,;2\pi]$ dont les images sur le cercle trigonométrique forment l'arc rouge en gras (extrémités comprises).





$[-\pi\,;\pi]$: $\left[-\dfrac{3\pi}{4}\,;-\dfrac{\pi}{4}\right]$	$[-\pi\,;\pi]$: $\left[-\dfrac{\pi}{3}\,;\dfrac{\pi}{3}\right]$
$[0\,;2\pi]$: $\left[\dfrac{5\pi}{4}\,;\dfrac{7\pi}{4}\right]$	$[0\,;2\pi]$: $\left[0\,;\dfrac{\pi}{3}\right] \cup \left[\dfrac{5\pi}{3}\,;2\pi\right]$ *

* On part de 0 (point A) ; on tourne dans le sens positif jusqu'à 2π c'est-à-dire que l'on revient à A.
Ainsi, nous devons voir l'arc en rouge comme la réunion de deux arcs. Donc l'arc en rouge correspond à la réunion de deux intervalles.

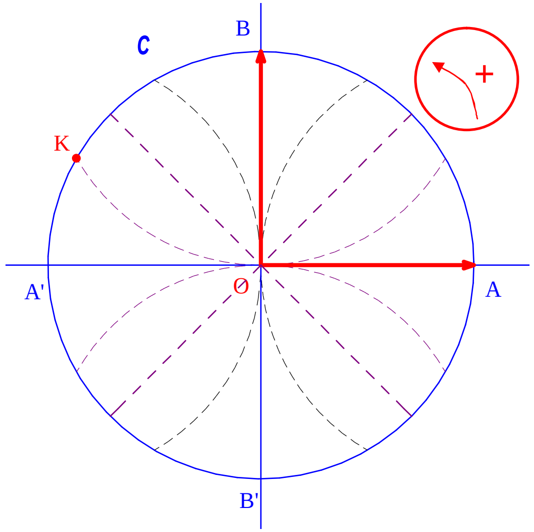
III.

Déterminons trois réels différents dont au moins un réel négatif ayant pour image le point K.

$\dfrac{5\pi}{6}$

$-\dfrac{7\pi}{6}$

$\dfrac{17\pi}{6}$



IV.

1°) Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -23$ et de raison $r = 0{,}4$. $u_{100} = \mathbf{17}$

2°) Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_1 = -3$ et de raison $q = -2$. $v_5 = \mathbf{-48}$

Attention, la suite (v_n) commence à $v_1 = -3$.
On applique donc la formule $v_n = v_1 \times q^{n-1}$.

$v_5 = -3 \times (-2)^{5-1} = -3 \times 16 = -48$

V.

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement, la concentration diminuant de 30 % chaque heure. On note c_n la concentration, en mg/L, n heures après l'injection ($n \in \mathbb{N}$). On donne $c_0 = 4$.

30 % : 30 % sur la concentration nouvellement acquise.

Exprimons c_{n+1} en fonction de c_n. Déduisons-en la nature de la suite (c_n).

1ère méthode :

Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 30 % est égal à $1 - \dfrac{30}{100} = 0{,}7$.

$$c_{n+1} = 0{,}7 c_n$$

2e méthode :

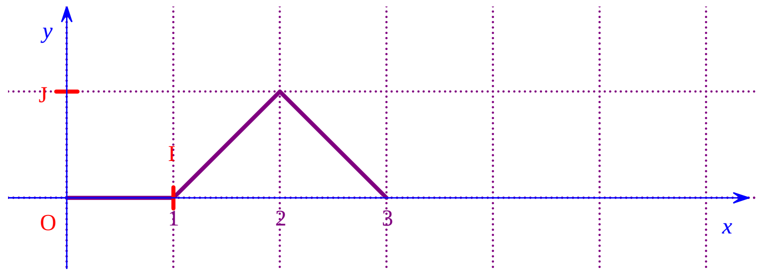
On traduit le texte :

$$\begin{aligned} c_{n+1} &= c_n - \frac{30}{100} c_n \\ &= (1 - 0{,}3) \times c_n \\ &= 0{,}7 \times c_n \end{aligned}$$

La concentration au bout de $(n+1)$ heures est égale à la concentration au bout de n heures multipliée par 0,7 (qui est un nombre fixe).

La suite (c_n) est une suite géométrique de raison $q = 0{,}7$ et de premier terme $c_0 = 4$.

VI.



Il s'agit d'un algorithme géométrique.

Il peut être intéressant de tracer sur un graphique la ligne brisée obtenue pour une petite valeur de n, par exemple pour $n = 4$.

On peut soit utiliser une boucle avec un pas de 3 soit une boucle avec un pas de 1.
Les deux choix sont donnés dans les deux algorithmes suivants.

Entrée :
Saisir n

Traitement et sorties :
Pour k entier naturel allant de 0 à **3(*n* – 1)** avec un pas de **3** **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (***k*** ; **0**) et (***k* + 1** ; **0**)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (***k* + 1** ; **0**) et (***k* + 2** ; **1**)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (***k* + 2** ; **1**) et (***k* + 3** ; **0**)

FinPour

Ou

Entrée :
Saisir n

Traitement et sorties :
Pour k entier naturel allant de 0 à $n-1$ avec un pas de 1 **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $(3k ; 0)$ et $(3k+1 ; 0)$

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $(3k+1 ; 0)$ et $(3k+2 ; 1)$

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $(3k+2 ; 1)$ et $(3k+3 ; 0)$

FinPour

Confusion entre la variables *k* et *n* :

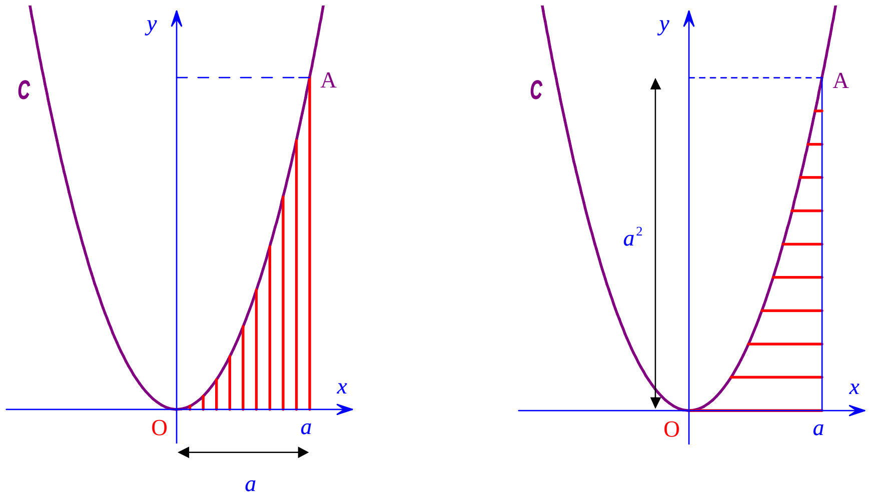
Attention à ne pas confondre les variables k et n : certains élèves ont écrit les instructions en utilisant la variable n, ce qui est évidemment faux.

VII.

$\mathcal{C}$: $y = x^2$ (attention à bien lire l'énoncé : $\mathcal{C}$ est la représentation graphique de la fonction « carré »).

On hachure le domaine situé entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$ sur l'intervalle $[0 ; a]$ où $a > 0$.

Ce domaine est défini par les inégalités $0 \leqslant x \leqslant a$ et $y \leqslant x^2$ (2 conditions).



Algorithmes

Entrées :
Saisir a
Saisir n

Traitement et sorties :

h prend la valeur $\dfrac{a}{n}$

Pour k entier naturel allant de 1 à n **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $(kh ; 0)$ et $\left(kh ; (kh)^2\right)$

FinPour

Entrées :
Saisir a
Saisir n

Traitement et sorties :

h prend la valeur $\dfrac{a^2}{n}$

Pour k entier naturel allant de 0 à $n-1$ **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $(a ; kh)$ et $(\sqrt{kh} ; kh)$

FinPour

Attention pour le deuxième algorithme, on doit partager de manière régulière le segment [HA] où H est le point de coordonnées $(a ; 0)$ (segment vertical) afin que les hachures soient régulièrement espacées.

On notera que du coup la variable h ne prend pas la même valeur que dans l'algorithme précédent :
$\dfrac{a}{n}$ dans le premier et $\dfrac{a^2}{n}$ dans le deuxième (réfléchir pourquoi deux minutes).

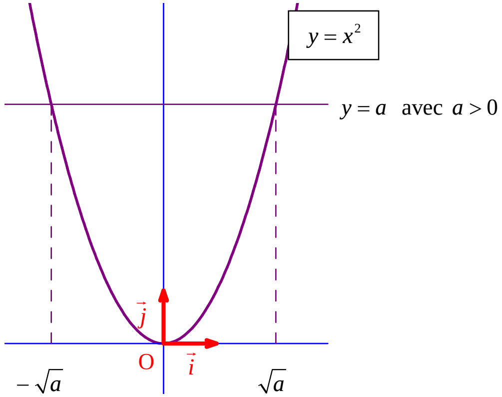
On peut faire un schéma pour chaque cas : dans un cas on subdivise l'intervalle $[0 ; a]$ en n intervalles de même longueur ; dans l'autre cas, on subdivise l'intervalle $[0 ; a^2]$ en n intervalles de même longueur.

Voici une instruction que j'ai trouvée dans plusieurs copies :

Tracer le segment joignant les points de coordonnées $\left(kh ; (kh)^2\right)$ et $\left(a ; (kh)^2\right)$.

Cette instruction ne donnera pas des hachures régulièrement espacées.
On s'en rend aisément compte en programmant l'algorithme.

Pour beaucoup d'élèves, la difficulté se situait à l'endroit : $\sqrt{kh}$.



Tout nombre strictement positif a admet deux antécédents par la fonction « carré » : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

L'abscisse du point du morceau de la courbe $\mathcal{C}$ situé dans le premier quadrant ayant pour ordonnée kh est : $\sqrt{kh}$.

Il serait intéressant de mettre une instruction dans l'algorithme une instruction pour tracer la courbe de la fonction « carré ».