1ère S1

Contrôle du lundi 14 janvier 2013 (30 min)

Prénom et nom : ……………………………………………………….. **Note : …… /20**

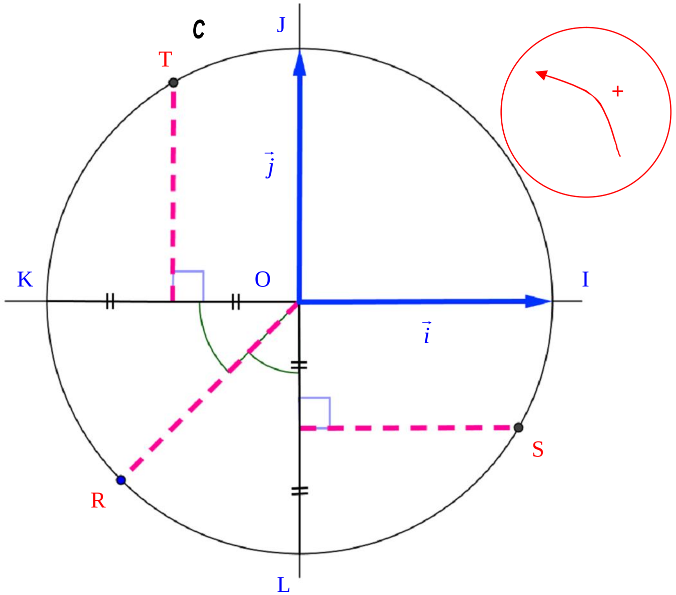
Dans les exercices **I** et **II**, on note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). Les points I, J, K, L ont pour coordonnées respectives (1 ; 0), (0 ; 1), (– 1 ; 0), (0 ; – 1).

I. (18 points : 2 points par réponse)

1°) Quels sont les nombres de l'intervalle [0 ; 2π] associés aux points R, S, T du cercle $\mathcal{C}$ sur la figure ci-dessous (ne rien marquer sur cette figure) ?

2°) Reprendre la question précédente en considérant les intervalles proposés.

a) $[-\pi ; \pi]$ b) $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$



Compléter sans justifier.
Des figures analogues à la précédente sont données au verso à la fin du sujet.
On pourra effectuer toutes les constructions que l'on désire sur ces figures, en particulier le codage d'angles orientés. Ces figures – bien qu'étant des figures de brouillon – devront rester propres.

1°) R : ………   S : ………   T : ………

2°) a) R : ………   S : ………   T : ………

b) R : ………   S : ………   T : ………

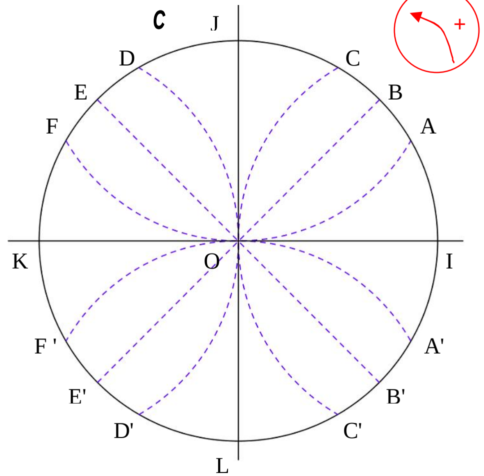
II. (12 points : 3 points par figure)

Tracer d'une même couleur, dans chacun des cas, l'arc de cercle formé par les images des réels des intervalles donnés.

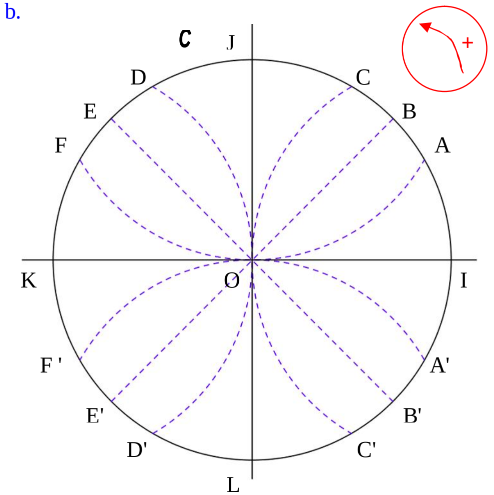
a. $\left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{3}\right]$ b. $\left[-\frac{5\pi}{6} ; \frac{2\pi}{3}\right]$ c. $\left[-\frac{5\pi}{2} ; -\pi\right]$ d. $\left[-\frac{3\pi}{4} ; \frac{11\pi}{6}\right]$

On ne demande pas de justification mais on mettra en évidence les arcs de cercle coloriés au moins deux fois (de la même couleur).

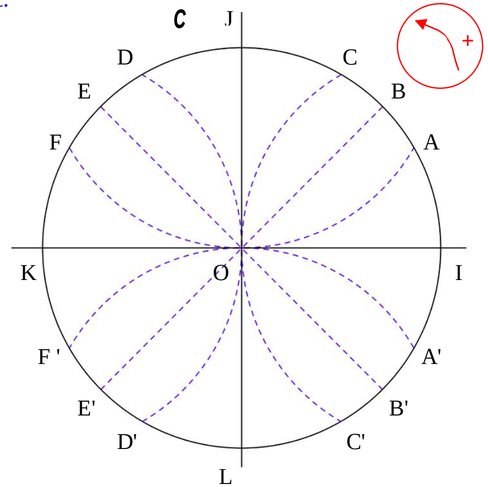
a.



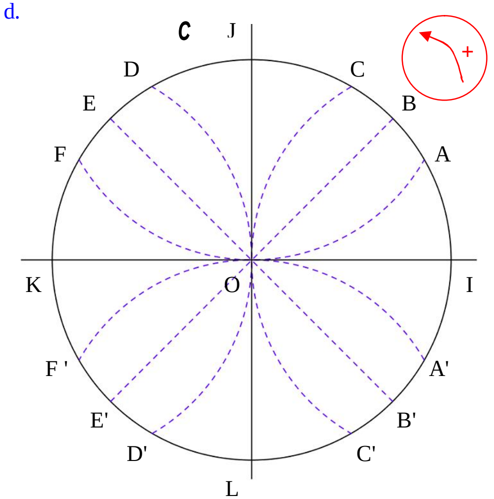
b.



c.



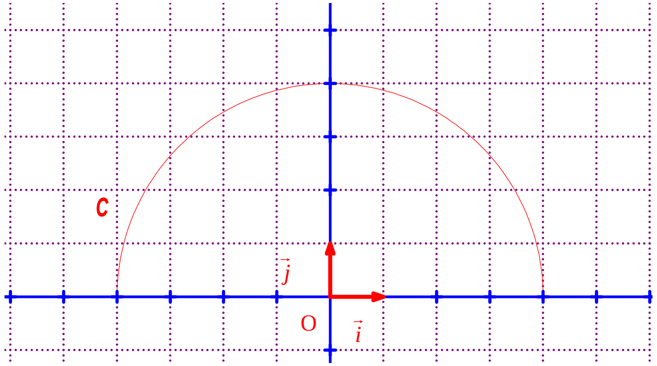
d.



Les exercices **III** et **IV** portent sur des algorithmes de construction (algorithmes géométriques) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$). On pourra, s'il reste du temps, effectuer la programmation sur calculatrice.

III. (4 points)

La courbe $\mathcal{C}$ au verso représente la fonction $f : x \mapsto \sqrt{16 - x^2}$ (c'est un demi-cercle de centre O).

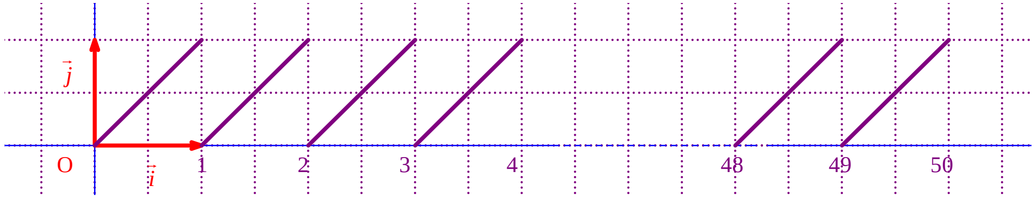


Tracer sur ce graphique la figure obtenue en appliquant l'algorithme suivant.

> **Pour** k entier relatif allant de – 4 à 3 avec un pas de 1 **Faire**
>
> Tracer le segment joignant les points de coordonnées (k ; $f\,(k)$) et (k + 1, $f\,(k$ + 1))
>
> **FinPour**

IV. (6 points : 4 points + 2 points)

1°) On considère la figure suivante constituée de segments.

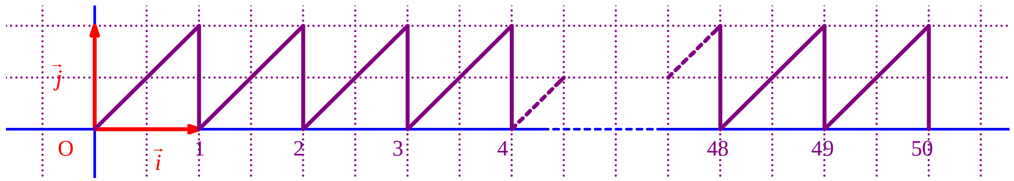


Compléter l'algorithme suivant qui permet de réaliser cette figure par construction itérative.

> **Pour** k entier naturel allant de …..… à …..… avec un pas de 1 **Faire**
>
> Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
>
> **FinPour**

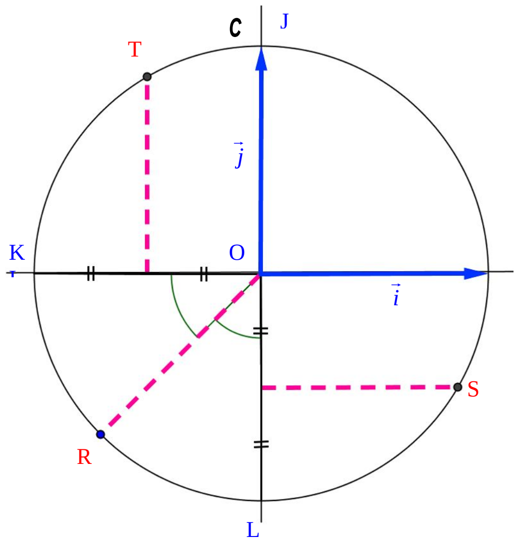
2°) On désire compléter l'algorithme précédent de manière à obtenir la figure suivante.

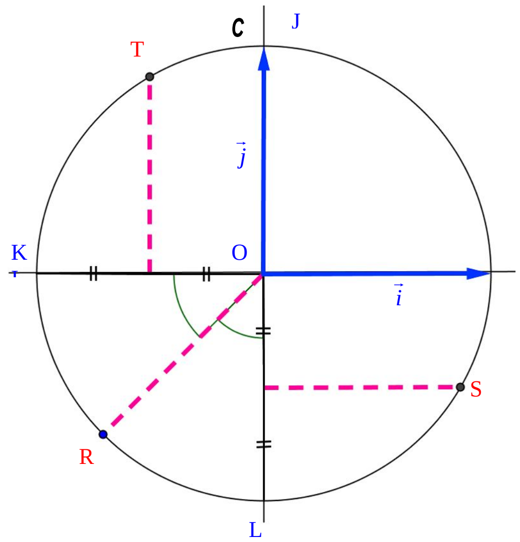
.

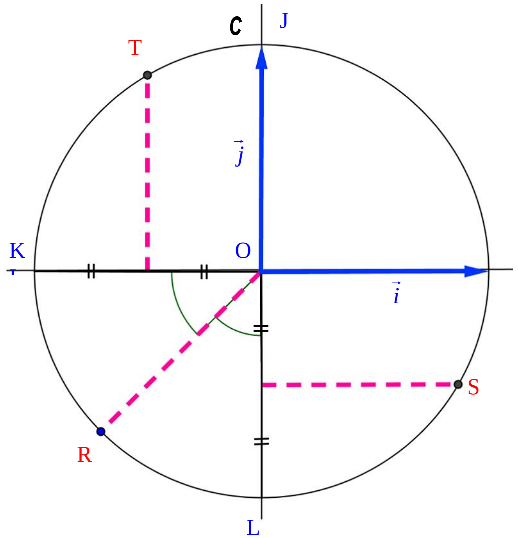


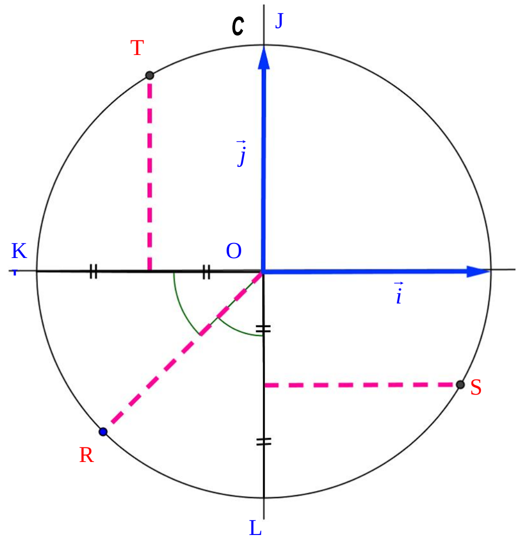
Recopier les instructions déjà écrites au 1°) et compléter la troisième ligne dans le cadre ci-dessous.

> **Pour** k allant de …..… à …..… **Faire**
>
> Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
>
> Tracer le segment joignant les points de coordonnées (…..… ; …..…) et (…..… ; …..…)
>
> **FinPour**







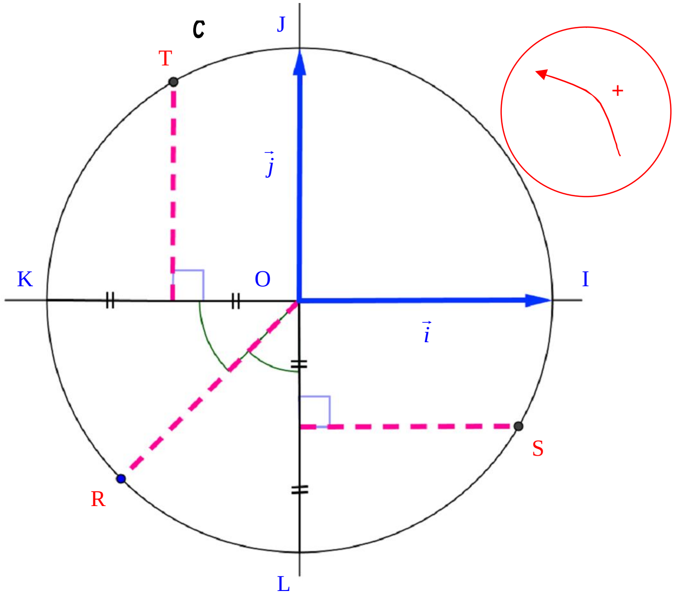


Corrigé du contrôle du 14-1-2013

I.

1°) Quels sont les nombres de l'intervalle [0 ; 2π] associés aux points R, S, T du cercle $\mathcal{C}$ sur la figure ci-dessous (ne rien marquer sur cette figure) ?
2°) Reprendre la question précédente en considérant les intervalles proposés.

a) $[-\pi\,;\,\pi]$ b) $\left[-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{3\pi}{2}\right]$



1°) R : $\dfrac{5\pi}{4}$ S : $\dfrac{11\pi}{6}$ T : $\dfrac{2\pi}{3}$

2°) a) R : $-\dfrac{3\pi}{4}$ S : $-\dfrac{\pi}{6}$ T : $\dfrac{2\pi}{3}$

b) R : $\dfrac{5\pi}{4}$ S : $-\dfrac{\pi}{6}$ T : $\dfrac{2\pi}{3}$

Analyse de la figure :

• Pour le point R :

D'après le codage, (OR) est la bissectrice de l'angle $\widehat{KOL}$.

Donc $\widehat{KOR}=\widehat{LOR}=\dfrac{\pi}{4}$.

• Pour le point S :

D'après le codage, S appartient à la médiatrice de [OL].
Donc SO = SL.
De plus, OL = OS = 1.
On en déduit que OSL est triangle équilatéral.

On a donc $\widehat{SOL}=\dfrac{\pi}{3}$ et par suite : $\widehat{IOS}=\dfrac{\pi}{6}$.

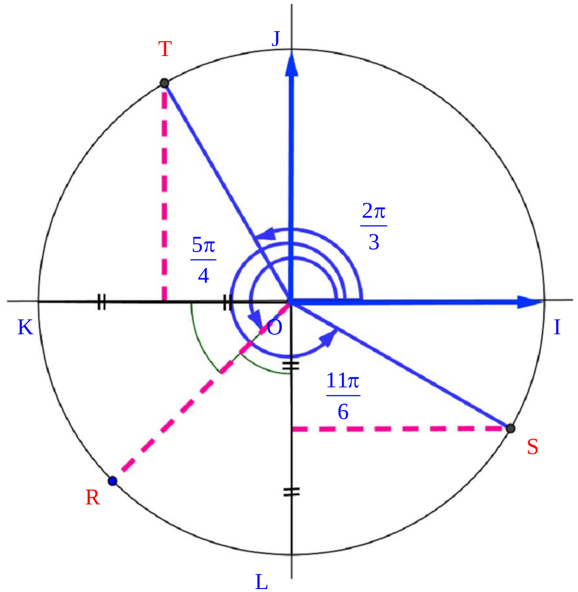
• Pour le point T :

D'après le codage, T appartient à la médiatrice de [OK].
Donc TK = TO.
De plus, OK = OT = 1.
On en déduit que OTK est triangle équilatéral.

On a donc $\widehat{TOK}=\dfrac{\pi}{3}$ et par suite : $\widehat{IOT}=\dfrac{2\pi}{3}$.

1°) **[0 ; 2π]**

On utilise la figure pour faire apparaître les mesures des angles orientés $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OR}\right)$, $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OS}\right)$, $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OT}\right)$ qui sont comprises dans l'intervalle [0 ; 2π].
On part toujours du vecteur $\overrightarrow{OI}$.



• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OR}\right)$ comprise dans l'intervalle **[0 ; 2π]** est $\dfrac{5\pi}{4}$.

• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OS}\right)$ comprise dans l'intervalle **[0 ; 2π]** est $\dfrac{11\pi}{6}$.

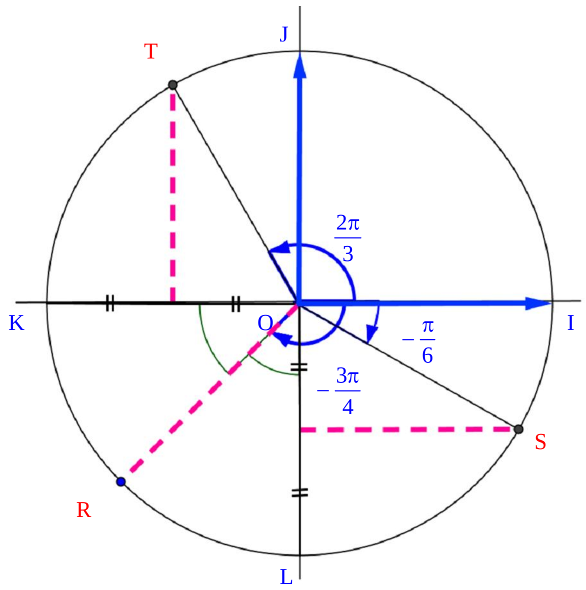
• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OT}\right)$ comprise dans l'intervalle **[0 ; 2π]** est $\dfrac{2\pi}{3}$.

On regarde les angles géométriques saillants ou rentrants.

2°) a) **[– π ; π]**

On utilise la figure pour faire apparaître les mesures des angles orientés $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OR}\right)$, $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OS}\right)$, $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OT}\right)$ qui sont comprises dans l'intervalle [– π ; π]. Cela correspond à peu près aux mesures principales (il y a juste – π qui est exclu).

$\widehat{IOR}=\dfrac{3\pi}{4}$ $\widehat{IOS}=\dfrac{\pi}{6}$ $\widehat{IOT}=\dfrac{3\pi}{4}$



• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OR}\right)$ comprise dans l'intervalle **[– π ; π]** est $-\dfrac{3\pi}{4}$.

• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OS}\right)$ comprise dans l'intervalle **[– π ; π]** est $-\dfrac{\pi}{6}$.

• La mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OT}\right)$ comprise dans l'intervalle **[– π ; π]** est $\dfrac{2\pi}{3}$.

b) $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$

On reprend les nombres des questions précédentes en regardant ceux qui « tombent » dans cet intervalle.

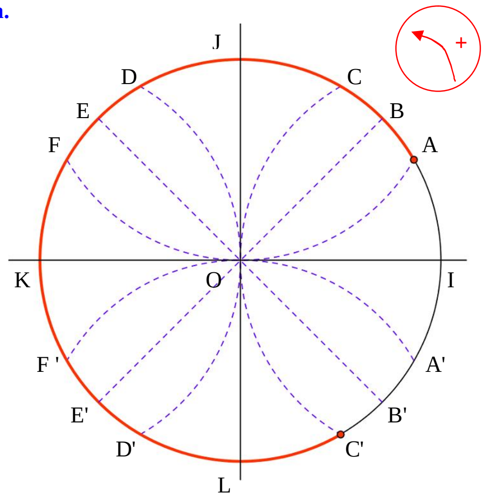
Autre possibilité pour répondre à la question précédente : s'appuyer sur l'enroulement de la droite des réels autour du cercle trigonométrique (« barre verticale qu'on enroule »).

II.

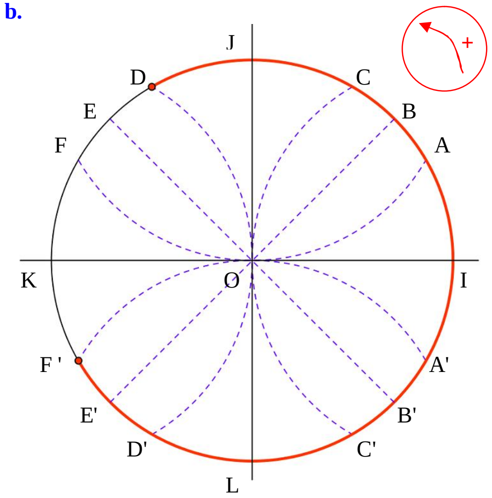
Tracer en couleur, dans chacun des cas, l’arc de cercle formé par les images des réels des intervalles donnés.

a. $\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right]$ b. $\left[-\frac{5\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$ c. $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$ d. $\left[-\frac{3\pi}{4};\frac{11\pi}{6}\right]$

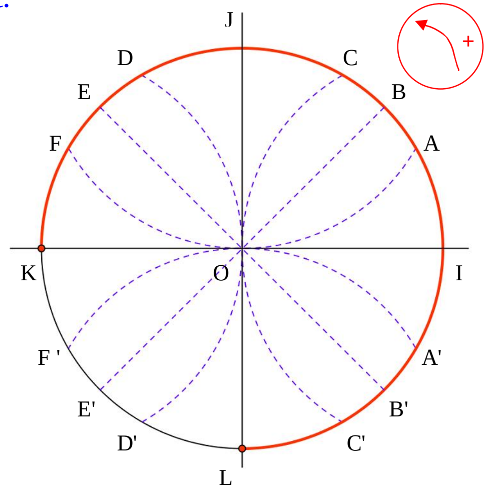
a.



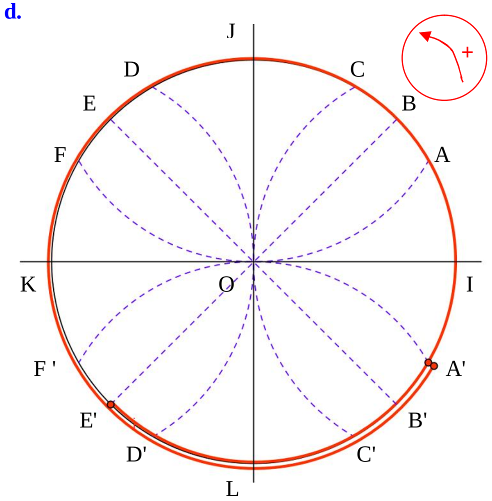
b.



c.



d.



On ne met pas de flèches sur les arcs (on le pourrait mais ce n’est pas demandé).

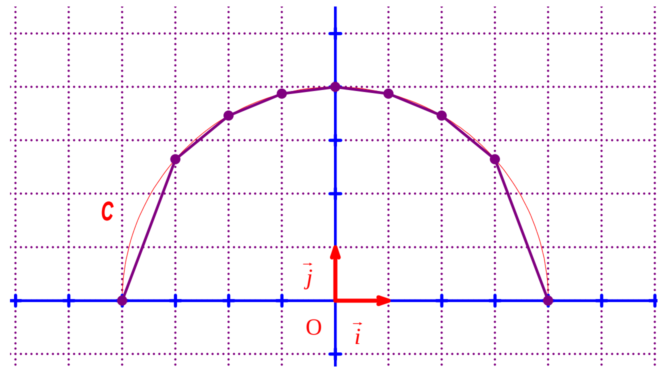
a. $\overset{\smile}{AC'}$ (grand arc)

b. $\overset{\smile}{DF'}$

c. $\overset{\smile}{KL}$ (de K à L)

d. l’arc $\overset{\frown}{E'A'}$ est repassé deux fois en rouge.

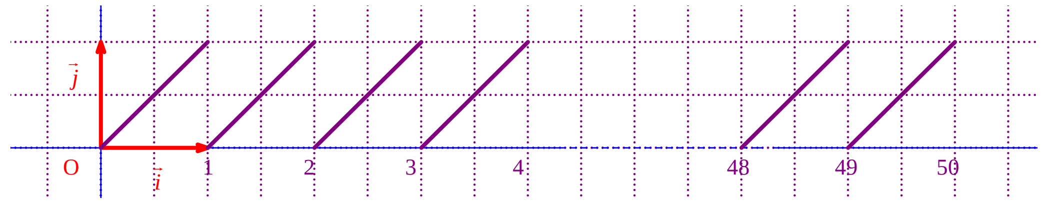
III.



On joint par des segments les points consécutifs de la courbe **C** d’abscisses entières.

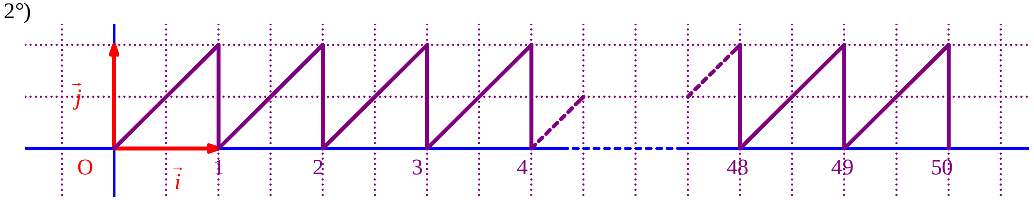
IV.

1°)



> **Pour** *k* entier naturel allant de **0** à **49** avec un pas de 1 **Faire**
>
> Tracer le segment joignant les points de coordonnées (***k*** ; **0**) et (***k* + 1** ; **1**)
>
> **FinPour**

2°)



On ajoute le segment qui « descend ».

Pour *k* allant de **0** à **49** **Faire**

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (k ; 0) et ($k + 1$; 1)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($k + 1$; 0) et ($k + 1$; 1)

FinPour