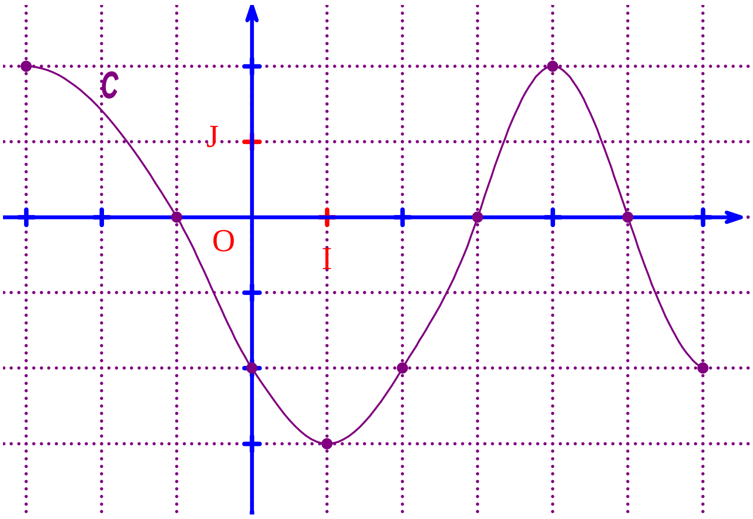
Exercices sur les fonctions

I. Vrai ou faux ?

La courbe $\mathcal{C}$ suivante est la représentation graphique d'une fonction *f*.



Pour chaque question, répondre par « Vrai » ou par « Faux » à chacune des quatre affirmations a), b), c) et d).

1°)

a) 0 admet trois images par *f* qui sont – 1 ; 3 et 5.
b) L'image de – 3 par *f* est 1.
c) 0 a pour image – 2 par *f*.
d) *f* (5) est l'image de 0 par *f*.

2°)

a) $f(-2) = 6$.
b) $f : 1 \mapsto -2$.
c) $f(-3) = f(4)$.
d) $f(1)$ est le minimum de *f* sur $[-3 ; 6]$.

3°)

a) *f* est définie sur $[-3 ; 2]$.
b) *f* est croissante sur $[2 ; 3]$.
c) *f* est positive sur $[1 ; 4]$.
d) *f* admet pour minimums – 3 et 4 sur $[-3 ; 6]$.

4°)

a) Les nombres x tels que $f(x) = 0$ sont – 1, 3 et 5.
b) L'équation $f(x) = -2$ admet exactement deux solutions.
c) L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 2$ est $[-3 ; 4]$.
d) L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) > 0$ est $]3 ; 5[$.

5°)

a) Si $x \in [-3 ; 5]$, alors $f(x) \geqslant 0$.

b) Si $4 \leqslant x \leqslant 6$, alors $-2 \leqslant f(x) \leqslant 2$.

c) Si $2 \leqslant x \leqslant 5$, alors $-2 \leqslant f(x) \leqslant 2$.

d) Si $0 \leqslant x \leqslant 3$, alors $-2 \leqslant f(x) \leqslant 0$.

II.

1°) $\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3x}{1+x^2}$.

a) Le point A de coordonnées $(-1 ; -1{,}5)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}$?

b) Le point B de coordonnées $(1 ; 1{,}6)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}$?

2°) $\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f qui à tout nombre x associe le nombre $2x^2 - 3$.

a) A est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 2. Quelle est l'ordonnée de A ?

b) E est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse -1. Peut-on donner l'ordonnée de E ?

c) B est un point de $\mathcal{C}$ d'ordonnée -3. Peut-on donner l'abscisse de B ?

d) K est un point de $\mathcal{C}$. L'ordonnée de K est égale à 1. Peut-on donner l'abscisse de K ?

e) M est un point de $\mathcal{C}$. On note x son abscisse. Peut-on donner l'ordonnée de M ?

3°) $\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f.

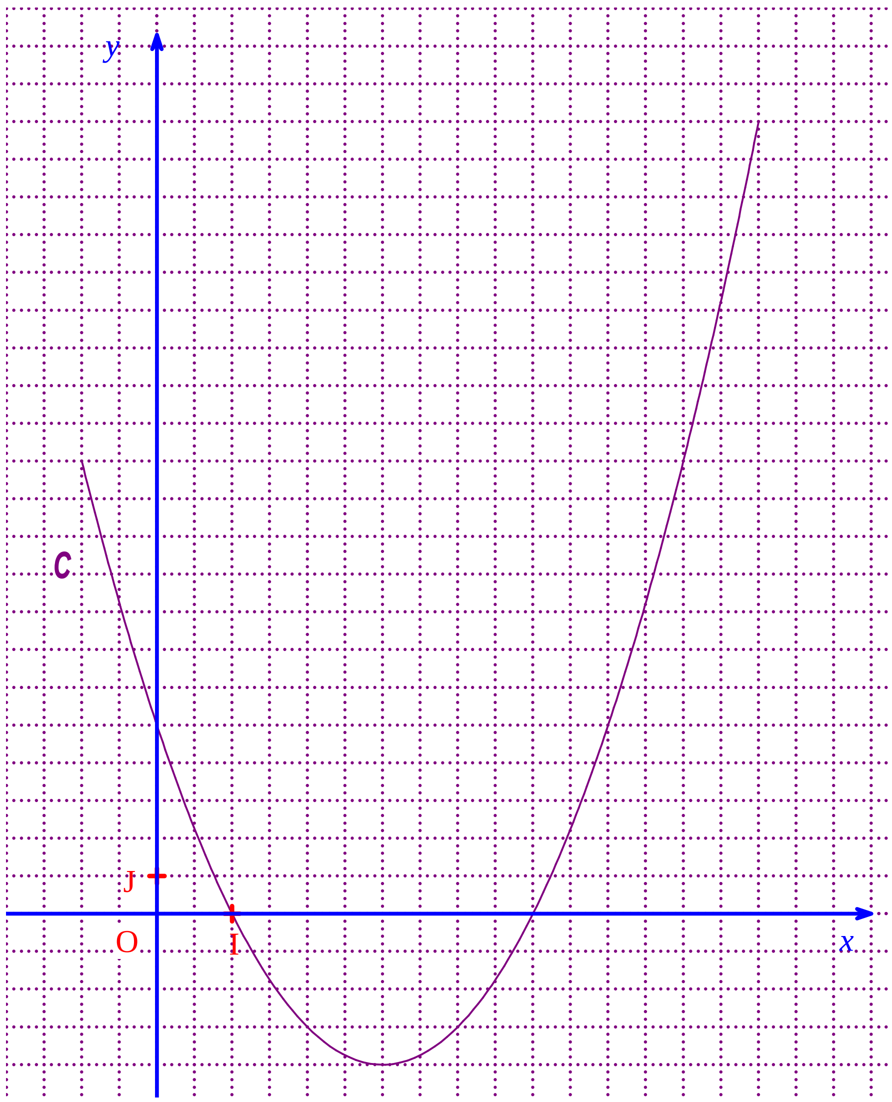
a) f est la fonction qui à tout nombre x associe le nombre $\dfrac{2}{x^2+3}$.
Donner l'ordonnée du point $\mathcal{C}$ d'abscisse 0.

b) f est la fonction qui à tout nombre x associe le nombre $5-2x^2$.
Donner la plus grande ordonnée possible d'un point de $\mathcal{C}$.

c) f est la fonction qui à tout nombre t associe le nombre $(2-t)(3-t)$.
Donner les coordonnées de tous les points de $\mathcal{C}$ d'ordonnée 0.

III.

On donne ci-dessous la courbe représentative **C** de la fonction f définie sur un intervalle I par $f(x) = x^2 - 6x + 5$.



1°) Déterminer les images de – 1, de 0 et de 3 par la fonction f.
2°) Quels sont les antécédents de 12, de 5 et de – 2 ?
3°) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
4°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
5°) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.
6°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -3$.
7°) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation $f(x) = 5$.
8°) Dresser puis commenter le tableau de variation de la fonction f sur I.
9°) Comparer $f(0{,}5)$ et $f(2{,}5)$, puis $f(3)$ et $f(4{,}5)$.
10°) Faire le tableau de signe de la fonction f sur l'intervalle I = [– 1 ; 8].

IV.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées : a, b ou c. Une seule proposition est exacte.

Voici le tableau de variations d'une fonction *f*. On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (O, I, J).

x	-5		-1		2		10
$f(x)$	0	↗	3	↘	-1	↗	4

1°) L'ensemble de définition de la fonction *f* est :

a) $\{-5 ; -1 ; 2\}$ b) $[-5 ; 10]$ c) $[0 ; 4]$

2°) L'image de – 1 par la fonction *f* :

a) est 2 b) est 3 c) n'existe pas

3°) La fonction *f* est strictement croissante sur l'intervalle :

a) $[-5 ; 10]$ b) $[-1 ; 4]$ c) $[-5 ; -1]$

4°) Dans quel ordre sont rangés les nombres $f(0)$ et $f(1)$?

a) $f(0) > f(1)$ b) $f(0) < f(1)$ c) On ne sait pas

5°) Dans quel ordre sont rangés les nombres $f(-3)$ et $f(0)$?

a) $f(-3) > f(0)$ b) $f(-3) < f(0)$ c) On ne sait pas

6°) Dans quel ordre sont rangés les nombres $f(-2)$ et -1 ?

a) $f(-2) > -1$ b) $f(-2) < -1$ c) On ne sait pas

7°) Le point A(1 ; 3) est situé :

a) au-dessus de $\mathcal{C}$ b) au-dessous de $\mathcal{C}$ c) sur $\mathcal{C}$

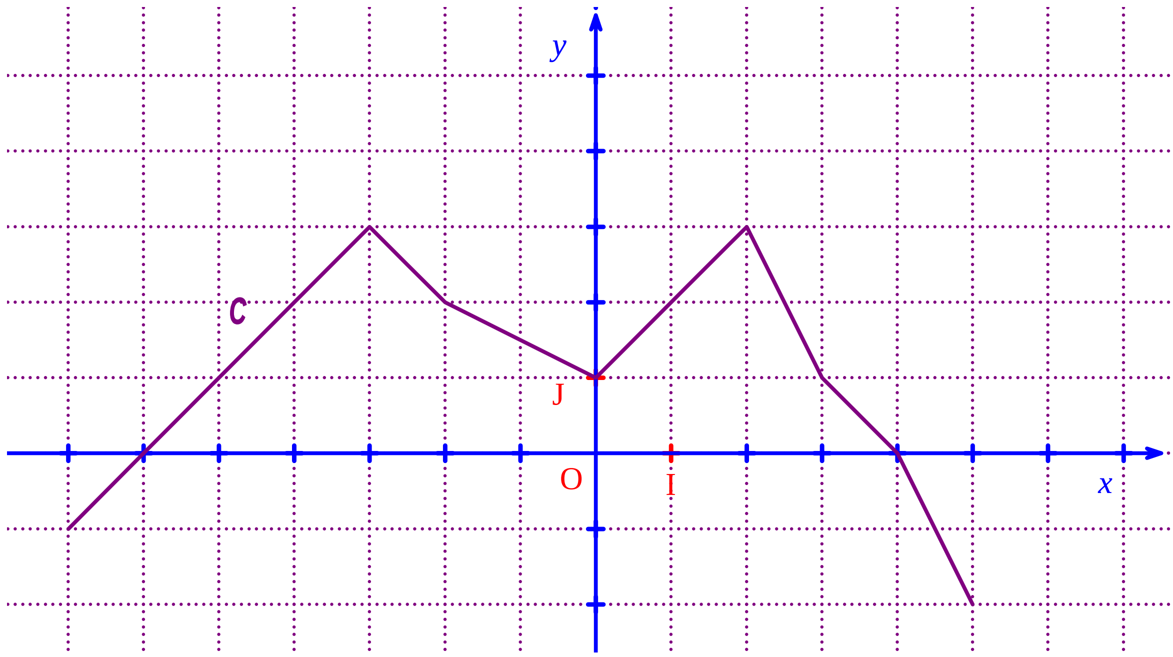
8°) Le point B(1 ; 2) est situé :

a) au-dessus de $\mathcal{C}$ b) au-dessous de $\mathcal{C}$ c) sur $\mathcal{C}$

V. La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction *f*.

Partie A

1°) Quel est l'ensemble $\mathcal{D}$ de définition de la fonction *f* ?
2°) Déterminer *f* (0).
3°) a) Déterminer le(s) antécédent(s) de 1 par la fonction *f* ?
b) Donner, si possible, un réel qui n'a qu'un seul antécédent par *f*.
c) Donner, si possible, un réel qui a quatre antécédents par *f*.



Partie B

Répondre, sans justifier, par Vrai ou Faux. On écrira les numéros des questions suivis de la réponse choisie : Vrai ou Faux.
1°) A(1 ; 0) $\in \mathcal{C}$
2°) La courbe $\mathcal{C}$ passe par le point de coordonnées (– 5 ; 1).
3°) $f(2) < f(3)$
4°) L'ordonnée u point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 4 est nulle.

Partie C

Dresser le tableau de variation de la fonction *f*.

VI. Soit *f* une fonction dont on donne le tableau de valeurs ci-dessous.

x	– 2	0	1,5	2	5,5
$f\ (x)$	5,5	– 2	0	– 1	0

1°) Déterminer, si elle existe, l'image par *f* des réels 0, – 1 et – 2. (Si l'image n'existe pas, le préciser).
2°) Déterminer le(s) antécédent(s) de 0 par la fonction *f*.
3°) Représenter graphiquement la fonction *f*. On prendra un gros carreau ou un centimètre pour unité graphique.

Solutions

II.

1°)

a) $f(-1) = \dfrac{3\times(-1)}{1+(-1)^2}$

$= -\dfrac{3}{1+1}$

$= -1,5$

On a : $f(-1) = -1,5$, donc A $\in \mathcal{C}$.

b) $f(1) = \dfrac{3\times 1}{1+1^2}$

$= \dfrac{3}{2}$

$= 1,5$

2°) $f(2) = 2\times 2^2 - 3$

$= 5$

$f(-1) = 2\times(-1)^2 - 3$

$= -1$

III.

1°)

- L'image de – 1 par la fonction f est 12.
- L'image de 0 par la fonction f est 5.
- L'image de 3 par la fonction f est – 4.
- L'image de 8 par la fonction f est 16.

2°)

- Les antécédents de 12 par la fonction f sont -1 et 8.
- Les antécédents de 5 par la fonction f sont 0 et 6.
- Les antécédents de – 2 par la fonction f sont 1,5 et 4,5.

3°) L'ensemble de définition I de la fonction f est [– 1 ; 8].

4°) Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de l'axe des abscisses. Graphiquement, on trouve $S_1 = \{1 ; 5\}$

5°) Les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}$ situés sous ou sur l'axe des abscisses. Graphiquement, on trouve $S_2 = [1 ; 5]$.

6°) Les solutions de l'équation $f(x) = -3$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite d'équation $y = -3$. Graphiquement, on trouve $S_3 = \{2 ; 4\}$.

7°) Les solutions de l'équation $f(x) = 5$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite d'équation $y = 5$. Graphiquement, on trouve $S_4 = \{0 ; 6\}$.