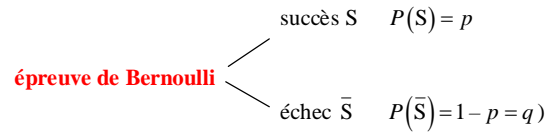


Fiche sur la loi binomiale

I. Épreuve de Bernoulli



II. Schéma de Bernoulli

• **Schéma de Bernoulli** : répétition d'une même épreuve de Bernoulli dans des conditions identiques indépendantes

• **Représentation graphique** : arbre de Bernoulli

III. Coefficients binomiaux

1°) Définition

On répète n fois une épreuve de Bernoulli dans des conditions identiques indépendantes.

k est un entier tel que $0 \leq k \leq n$.

Le nombre de chemins réalisant k succès sur n répétitions sur l'arbre de Bernoulli est noté $\binom{n}{k}$.

2°) Coefficients binomiaux particuliers

$$\binom{0}{0} = 1$$

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

3°) Utilisation de la calculatrice

Exemple : calcul de $\binom{32}{2}$

TI 83 Plus

$\boxed{\text{math}}$ PRB 32 $\boxed{\text{nCr}}$ 2 = 496

TI 84 Plus

32 $\boxed{\text{math}}$ PRB Choisir 3 $\boxed{\text{COMBINAISON}}$ 2 $\boxed{\text{entrer}}$ 496

Casio Graph 35 +

On utilise les touches $\boxed{\text{OPTN}}$, $\boxed{\text{F6}}$, $\boxed{\text{F3}}$.

4°) Propriétés des coefficients binomiaux

- **Formule de symétrie** : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- **Formule de Pascal** : $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

5°) Le triangle de Pascal

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	

6°) Formule (hors programme)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$$

IV. Nombre de succès

1°) Propriété

$$P(S) = p \quad P(\bar{S}) = q$$

n : nombre de répétitions

X : nombre de succès à l'issue des n épreuves de Bernoulli

$$\forall k \in \{0; 1; \dots; n\} \quad P(\text{« obtenir EXACTEMENT } k \text{ succès »}) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$$

$P(X = k)$

2°) Vocabulaire

On dit que X suit la **loi binomiale de paramètres n** (nombre d'épreuves de Bernoulli) **et p** (probabilité d'un succès).

Cette loi est notée **$B(n; p)$** .

3°) Espérance mathématique, variance et écart-type

X suit la loi **$B(n; p)$** .

$$\bullet E(X) = np$$

$$\bullet V(X) = npq$$

$$\bullet \sigma(X) = \sqrt{npq}$$

V. Utilisation de la calculatrice

Exemple : X suit la loi binomiale **$B(4; 0,1)$**

→ **TI 83 Plus**

• Calcul de $P(X = 3)$

$\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{var}}$ (distrib) $\boxed{\text{binomFdp}}$ ou $\boxed{\text{binompdf}}$ $\overset{np}{4,0,1,3}$ $\overset{X}{\boxed{\text{entrer}}}$ (résultat : 0,0036)

• Calcul de $P(X \leq 3)$

$\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{var}}$ (distrib) $\boxed{\text{binomFrép}^*}$ ou $\boxed{\text{binomcdf}}$ $\overset{np}{4,0,1,3}$ $\overset{X}{\boxed{\text{entrer}}}$ (résultat : 0,999)

* Frép : fonction de répartition

Il s'agit de la fonction de répartition d'une variable qui suit la loi binomiale.

• Calcul de $P(X \geq 3)$

On utilise l'événement contraire.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

On fait : $1 - \text{binomcdf}(4,0,1,2)$ (résultat : 0,0037)

→ **Casio graph 35 +**

Touche $\boxed{\text{OPTN}}$, puis choisir *STAT*, puis *DIST*, puis *BINM*.

• Calcul de $P(X = 3)$

Sélectionner **Bpd**.

Taper (4,0,1,3).

OPTN STAT DIST Bpd

• Calcul de $P(X \leq 3)$

Sélectionner **Bcd**.

Taper (4,0,1,3).

OPTN STAT DIST Bcd

• Calcul de $P(X \geq 3)$

On utilise l'événement contraire.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

On fait : $1 - \text{Bcd}(4,0,1,2)$.

VI. Algorithme de simulation de la loi binomiale

Exemple