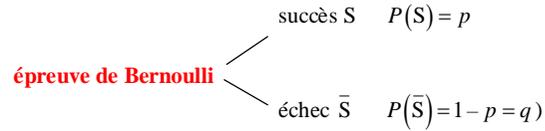


# Fiche sur la loi binomiale

## I. Épreuve de Bernoulli



## II. Schéma de Bernoulli

• **Schéma de Bernoulli** : répétition d'une même épreuve de Bernoulli dans des conditions identiques indépendantes

• **Représentation graphique** : arbre de Bernoulli

## III. Coefficients binomiaux

### 1°) Définition

On répète  $n$  fois une épreuve de Bernoulli dans des conditions identiques indépendantes.

$k$  est un entier tel que  $0 \leq k \leq n$ .

Le nombre de chemins réalisant  $k$  succès sur  $n$  répétitions sur l'arbre de Bernoulli est noté  $\binom{n}{k}$ .

### 2°) Coefficients binomiaux particuliers

$$\binom{0}{0} = 1 \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{n} = 1$$

### 3°) Utilisation de la calculatrice

**Exemple** : calcul de  $\binom{32}{2}$

**TI 83 Plus**

$\boxed{\text{math}}$  PRB 32  $\boxed{\text{nCr}}$  2 = 496

**TI 84 Plus**

32  $\boxed{\text{math}}$  PRB Choisir 3  $\boxed{\text{COMBINAISON}}$  2  $\boxed{\text{entrer}}$  496

**Casio Graph 35 +**

On utilise les touches  $\boxed{\text{OPTN}}$ ,  $\boxed{\text{F6}}$ ,  $\boxed{\text{F3}}$ .

## 4°) Propriétés des coefficients binomiaux

- **Formule de symétrie** :  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- **Formule de Pascal** :  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

## 5°) Le triangle de Pascal

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	

## 6°) Formule (hors programme)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$$

## IV. Nombre de succès

### 1°) Propriété

$$P(S) = p \quad P(\bar{S}) = q$$

$n$  : nombre de répétitions

**X** : nombre de succès à l'issue des  $n$  épreuves de Bernoulli

$$\forall k \in \{0; 1; \dots; n\} \quad P(\text{« obtenir EXACTEMENT } k \text{ succès »}) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$$

$P(X = k)$

## 2°) Vocabulaire

On dit que X suit la **loi binomiale de paramètres**  $n$  (nombre d'épreuves de Bernoulli) **et**  $p$  (probabilité d'un succès).

Cette loi est notée **B** ( $n ; p$ ).

## 3°) Espérance mathématique, variance et écart-type

X suit la loi **B** ( $n ; p$ ).

$$\bullet E(X) = np$$

$$\bullet V(X) = npq$$

$$\bullet \sigma(X) = \sqrt{npq}$$

## V. Utilisation de la calculatrice

Exemple : X suit la loi binomiale **B** (4 ; 0,1)

→ **TI 83 Plus**

### • Calcul de $P(X = 3)$

$\boxed{2\text{nde}}$   $\boxed{\text{var}}$  (distrib)  $\boxed{\text{binomFdp}}$  ou  $\boxed{\text{binompdf}}$   $\overset{np}{4,0,1,3}$   $\overset{X}{\boxed{\text{entrer}}}$  (résultat : 0,0036)

### • Calcul de $P(X \leq 3)$

$\boxed{2\text{nde}}$   $\boxed{\text{var}}$  (distrib)  $\boxed{\text{binomFrép}}$ \* ou  $\boxed{\text{binomcdf}}$  (4,0,1,3)  $\boxed{\text{entrer}}$  (résultat : 0,999)

\* Frép : fonction de répartition

Il s'agit de la fonction de répartition d'une variable qui suit la loi binomiale.

### • Calcul de $P(X \geq 3)$

On utilise l'événement contraire.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

On fait :  $1 - \text{binomcdf}$  (4,0,1,2) (résultat : 0,0037)

→ **Casio graph 35 +**

Touche  $\boxed{\text{OPTN}}$ , puis choisir *STAT*, puis *DIST*, puis *BINM*.

### • Calcul de $P(X = 3)$

Sélectionner **Bpd**.

Taper (4,0,1,3).

OPTN STAT DIST Bpd

### • Calcul de $P(X \leq 3)$

Sélectionner **Bcd**.

Taper (4,0,1,3).

OPTN STAT DIST Bcd

### • Calcul de $P(X \geq 3)$

On utilise l'événement contraire.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

On fait :  $1 - \text{Bcd}$  (4,0,1,2).

## VI. Algorithme de simulation de la loi binomiale

### Exemple