

I. Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $n + 2$ divise $3n - 1$.

II. Pour tout entier naturel n , on pose $A_n = 7^{2n} - 2^n$.

1°) Démontrer par récurrence que A_n est divisible par 47 pour tout entier naturel n .

2°) On rappelle l'égalité suivante valable pour tout entier naturel n non nul et pour tout couple $(a ; b)$ de réels :

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + ba^{n-2} + b^2a^{n-3} + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Retrouver le résultat du 1°) à l'aide de cette formule.

III.

1°) Déterminer le nombre d'entiers multiples de 33 compris entre 400 et 5 000.

2°) Calculer alors la somme de tous ces entiers.