



Prénom et nom : .....

Note : ..... / 20

Le contrôle évalue les compétences suivantes :

C1 : maîtriser les connaissances exigibles  
C2 : mettre en œuvre une recherche de manière autonome  
C3 : mener des raisonnements

Dans les exercices **I** à **IV**, le plan est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .**I. (2 points) 2 minutes ..... C1**On note  $D$  et  $D'$  les droites d'équations respectives  $2x - 4y + 5 = 0$  et  $y = 1 - 3x$ .

Compléter sans expliquer les phrases suivantes :

Un vecteur directeur de  $D$  est le vecteur  $\vec{u}$  (..... ; .....).Un vecteur directeur de  $D'$  est le vecteur  $\vec{u}'$  (..... ; .....).**II. (6 points) 15 minutes ..... C1**On donne les points  $A(3 ; 0)$ ,  $B(1 ; 3)$  et  $C(3 ; 5)$  ainsi que la droite  $D$  d'équation cartésienne  $2x + 4y - 26 = 0$ . Aucune figure n'est demandée.1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$  en utilisant la méthode de colinéarité (aucune autre méthode ne sera prise en compte).

On rédigera suivant le modèle suivant (à recopier et à compléter ; ne rien écrire dans le cadre ci-dessous) :

Soit  $M(x ; y)$  un point quelconque du plan. $M \in (AB)$  si seulement si .....

si seulement si .....

si seulement si .....

On conclura ainsi : « Une équation cartésienne de  $(AB)$  s'écrit ... » ou «  $(AB)$  a pour équation cartésienne ... ».2°) Donner une équation de la droite  $(AC)$  (en écrivant une seule ligne d'explication).3°) Un seul point parmi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  appartient à la droite  $D$ . Lequel ? Justifier uniquement pour ce point.

III. (4 points) Vrai ou Faux - 5 minutes ..... C1

Répondre par Vrai (V) ou Faux (F). Compléter le tableau ci-dessous.

Barème : réponse juste : + 1 ; réponse fautive : - 1 point ; absence de réponse : aucun point.

- ① Les droites  $D$  et  $D'$  d'équations cartésiennes respectives  $\frac{1}{3}x - 2y + 3 = 0$  et  $-x + 6y - 9 = 0$  sont confondues.
- ② L'ensemble des points  $M(x; y)$  vérifiant  $xy = 0$  est la réunion de deux droites.
- ③ La droite passant par le point  $A(0; -2)$  et de coefficient directeur  $-\frac{1}{3}$  a pour équation cartésienne  $x + 3y - 6 = 0$ .
- ④ La droite d'équation  $5x - 4y + 8 = 0$  coupe l'axe des ordonnées au point  $B(0; 2)$ .

Question	①	②	③	④	Total
Réponse					

IV. (6 points) 8 minutes ..... C2 et C3

Pour tout réel  $m$ , on note  $D_m$  et  $D'_m$  les droites d'équations cartésiennes respectives

$$mx + y + 4 - m = 0 \text{ et } x + my + m + 1 = 0.$$

Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles on a :  $D_m // D'_m$ .

Une partie de la recherche sera rédigée ainsi sous forme d'une chaîne d'équivalences :

$D_m // D'_m$  si seulement si .....

si seulement si .....

si seulement si .....

V. (2 points) 5 minutes ..... C1

Une unité de longueur est fixée.

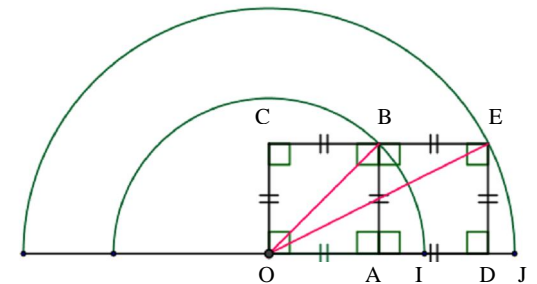
On considère la figure ci-contre.

Les demi-cercles ont pour centre  $O$ .

On donne  $OA = 1$ .

Calculer les longueurs  $OI$  et  $OJ$  (valeurs exactes).

La recherche n'est pas demandée.



$OI = \dots\dots\dots$

$OJ = \dots\dots\dots$

Remarque de rédaction valable pour tout le contrôle :

On n'utilisera pas de chaîne d'équivalences (avec des « si et seulement si ») en dehors des questions mentionnées.

## Corrigé du contrôle du 8 octobre 2012

I.  $D : 2x - 4y + 5 = 0$   
 $D' : y = 1 - 3x$

Un vecteur directeur de  $D$  est le vecteur  $\vec{u}(4; 2)$ .

Un vecteur directeur de  $D'$  est le vecteur  $\vec{u}'(1; -3)$ .

### Formules utilisées :

- Formule des coordonnées d'un vecteur d'une droite connaissant une équation cartésienne
- Formule des coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite connaissant son équation réduite (ou son coefficient directeur)

## II.

$A(3; 0)$        $B(1; 3)$        $C(3; 5)$

$D : 2x + 4y - 26 = 0$

1°) **Déterminons une équation cartésienne de la droite (AB).**

Soit  $M(x; y)$  un point quelconque du plan.

$M \in (AB)$  si et seulement si  $\overline{AM} \begin{vmatrix} x-3 & y \\ y & 3 \end{vmatrix}^{-2}$  et  $\overline{AB} \begin{vmatrix} x-3 & y \\ y & 3 \end{vmatrix}^{-2}$  sont colinéaires

si et seulement si  $\begin{vmatrix} x-3 & -2 \\ y & 3 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si  $(x-3) \times 3 - y \times (-2) = 0$

si et seulement si  $3x - 9 + 2y = 0$

si et seulement si  $3x + 2y - 9 = 0$

(AB) a pour équation cartésienne  **$3x + 2y - 9 = 0$** .

**On pouvait vérifier cette équation à l'aide du programme sur calculatrice.**

2°) **Donnons une équation de la droite (AC).**

On constate que  $x_A = x_C = 3$  donc (AC) // (Oy).

On en déduit que (AC) a pour équation  **$x = 3$** .

3°) **Démontrons que  $C \in D$ .**

$$\begin{aligned} 2x_C + 4y_C - 26 &= 2 \times 3 + 4 \times 5 - 26 \\ &= 26 - 26 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Donc  **$C \in D$** .

### Quelques remarques :

On ne dit pas «  $C \in D$  si et seulement si ... ».

On démarre sèchement le calcul.

On effectue une démarche selon un mode déductif.

## III. Vrai ou faux

① Les droites  $D$  et  $D'$  d'équations cartésiennes respectives  $\frac{1}{3}x - 2y + 3 = 0$  et  $-x + 6y - 9 = 0$  sont confondues.

② L'ensemble des points  $M(x; y)$  vérifiant  $xy = 0$  est la réunion de deux droites.

③ La droite passant par le point  $A(0; -2)$  et de coefficient directeur  $-\frac{1}{3}$  a pour équation cartésienne  $x + 3y - 6 = 0$ .

④ La droite d'équation  $5x - 4y + 8 = 0$  coupe l'axe des ordonnées au point  $B(0; 2)$ .

Question	①	②	③	④
Réponse	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>

### Justifications :

① L'équation  $\frac{1}{3}x - 2y + 3 = 0$  est équivalente à  $-x + 6y - 9 = 0$  (multiplication des deux membres par  $-3$ ).

② La relation  $xy = 0$  est équivalente à  $x = 0$  ou  $y = 0$ .

Donc l'ensemble des points  $M(x; y)$  vérifiant  $xy = 0$  est la réunion de l'axe des abscisses et de l'axe des ordonnées.

③ La droite passant par le point  $A(0; -2)$  et de coefficient directeur  $-\frac{1}{3}$  a pour équation

$y = -\frac{1}{3}x - 2$  soit  $x + 3y + 6 = 0$  ce qui est différent de  $x + 3y - 6 = 0$ .

④ En remplaçant  $x$  par 0 dans l'équation  $5x - 4y + 8 = 0$ , on obtient  $y = 2$  donc la droite d'équation  $5x - 4y + 8 = 0$  coupe l'axe des ordonnées au point  $B(0; 2)$ .

#### IV.

$$D_m : mx + y + 4 - m = 0$$

$$D'_m : x + my + m + 1 = 0$$

Déterminons les valeurs de  $m$  pour lesquelles on a :  $D_m // D'_m$ .

Le vecteur  $\vec{u}(-1 ; m)$  est un vecteur directeur de  $D_m$ .

Le vecteur  $\vec{u}'(-m ; 1)$  est un vecteur directeur de  $D'_m$ .

$$D_m // D'_m \text{ si seulement si } \begin{vmatrix} -1 & -m \\ m & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{si seulement si } -1 \times 1 - m \times (-m) = 0$$

$$\text{si seulement si } -1 + m^2 = 0$$

$$\text{si seulement si } m^2 = 1$$

$$\text{si seulement si } m = 1 \text{ ou } m = -1$$

Pour que  $D_m // D'_m$ , il faut et il suffit que  $m$  soit égal à 1 ou à -1.

---

#### V.

$$OI = \sqrt{2} \text{ (diagonale d'un carré de côté 1)}$$

$$OJ = \sqrt{5} \text{ (théorème de Pythagore)}$$

