FICHE VALEUR ABSOLUE

① Définition

$|\,x\,|$ est la distance entre 0 et x (toujours positive ou nulle)

$|\,x\,| = \mathrm{d}(0\,;x)$

Exemples :

$|-3| = 3$
$|+4| = 4$

② Propriétés issues de la définition

- $\forall x \in \mathbb{R} \qquad |\,x\,| \geq 0$

- $|\,x\,| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$ règle qui permet d'enlever les barres de valeur absolue

- $\forall x \in \mathbb{R} \qquad |-x| = |\,x\,|$

- $\forall x \in \mathbb{R} \qquad |\,x\,| = \max(x\,;-x)$

Pour $x \leq 0$, $-x \geq 0$.

x et y sont deux réels.

- $|\,x\,| = |\,y\,| \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \text{ou} \\ x = -y \end{cases}$

En effet : $|\,x\,| = |\,y\,|$ signifie que x et y sont à la même distance de 0 c'est-à-dire qu'ils sont égaux ou opposés.

$\forall x \in \mathbb{R} \qquad |\,x\,|^2 = x^2$

- $\forall x \in \mathbb{R} \qquad |\,x\,|^2 = x^2$

③ Propriétés algébriques

x et y réels quelconques

$$|xy| = |x||y|$$

$$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0)$$

$$\left|\frac{1}{x}\right| = \frac{1}{|x|} \quad (x \neq 0)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{x^2} = |x|$$

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$ **(<u>inégalité triangulaire</u>)**

④ Distance de deux réels

Définition : différence entre le plus grand et le plus petit.

$$\mathrm{d}(x\,;y) = |x-y|$$

⑤ Équations-inéquations

a est un réel tel que <u>$\boldsymbol{a > 0}$</u>.

$$|x| = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ \text{ou} \\ x = -a \end{cases}$$

$$|x| < a \quad \Leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x < -a \\ \text{ou} \\ x > a \end{cases}$$

⑥ **Fonction valeur absolue**

(fonction paire)