

I. Écrire deux nombres strictement positifs, par exemple 3 et 5.

Le suivant de la liste s'obtient en ajoutant les deux qui le précèdent : 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21...

À partir du second de cette liste, diviser chaque nombre par le précédent : écrire la fraction, puis une approximation décimale de cette fraction à 10^{-8} près.

On obtient une liste de rationnels puis une liste de décimaux : $\frac{3}{5}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{13}{8}$; $\frac{21}{13}$...

1,666 666 67 ; 1,6 ; 1,625 ; 1,615 384 61...

Prolonger ces suites de nombres jusqu'au dixième : que se passe-t-il pour les décimaux ?

Au moyen d'un tableur, taper 3 et 5 dans les cellules A1 et A2.

Dans la cellule A3, taper la formule $\boxed{= A1 + A2}$; dans la cellule B2, taper la formule $\boxed{= A2/A1}$.

Recopier vers le bas jusqu'à la ligne 30 et observer les décimaux dans la colonne B.

Voici le début d'un tableau.

	A	B
1	3	
2	5	1,666 666 6
3	8	1,6
4	13	1,625
5	21	1,615 384 62
6	34	1,619 047 62

Recommencer en remplaçant, au départ, 3 et 5 par 1 et 8, par exemple, ou par deux autres réels positifs quelconques au choix.

Comparer au nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Information : ce nombre est appelé **nombre d'or**.

II. On considère la suite de nombres formée de la manière suivante :

le premier nombre a_1 est 0 ;

le deuxième nombre a_2 est $\frac{1}{2}$;

le troisième nombre a_3 est la moyenne arithmétique des deux premiers ;

le quatrième nombre a_4 est la moyenne géométrique des deux précédents ;

et ainsi de suite en alternant moyenne arithmétique et moyenne géométrique...

On définit ainsi une suite de nombres (a_n) définie sur \mathbb{N}^* .

1°) Calculer la valeur exacte des termes a_3 , a_4 , a_5 et a_6 .

2°) Calculer une valeur approchée à 10^{-3} près de $\frac{1}{a_4}$, $\frac{1}{a_5}$ et $\frac{1}{a_6}$.

3°) Écrire un algorithme permettant d'afficher pour une valeur de n donnée en entrée la valeur du terme a_n et la valeur de $\frac{1}{a_n}$.

Réaliser le programme correspondant sur calculatrice ou sur ordinateur.

Comparer ces résultats avec le nombre π .