1ère S1

Devoir pour le mardi 5 juin 2012

I. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on construit une « spirale » obtenue en joignant les points suivants par des segments :
$A_0(0\,;0)$, $A_1(1\,;0)$, $A_2(1\,;2)$, $A_3(-2\,;2)$, $A_4(-2\,;-2)$, $A_5(3\,;-2)$ et ainsi de suite.

1°) Donner sans expliquer les coordonnées des points A_6 et A_7.

2°) On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel, qui permet pour une valeur de *n* (entier naturel supérieur ou égal à 1) entrée par l'utilisateur, de calculer les coordonnées du point A_n de la « spirale ».

Variables :
x, *y*, *u*, *v* : entiers relatifs
n, *k* : entiers naturels

Entrée :
Saisir *n*

Initialisations :
x prend la valeur 0
y prend la valeur 0
u prend la valeur 1
v prend la valeur 1

Traitement :
Pour *k* allant de 1 à *n* (avec un pas de 1) **Faire**
    Si *k* est impair, alors
        x prend la valeur *x* + *ku*
        u prend la valeur – *u*
    Sinon
        y prend la valeur *y* + *kv*
        v prend la valeur – *v*
    FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher *x* et *y*

a) Lire et comprendre le fonctionnement de cet algorithme. Réfléchir notamment à ce que représentent les différentes variables.
Réaliser le programme correspondant sur calculatrice ou sur ordinateur et vérifier son bon fonctionnement.
Pour traduire l'instruction conditionnelle « *k* impair », on pourra utiliser la fonction « partie fractionnaire » de la calculatrice[1].

b) À l'aide de ce programme, déterminer les coordonnées de A_{2012}.

c) Modifier l'algorithme pour obtenir, en sortie, la longueur de la spirale $A_0A_1...A_n$.
Écrire ce nouvel algorithme dans un cadre sur une seule page (il ne doit pas y avoir de page à tourner).
Réaliser le programme correspondant sur calculatrice et exécuter le programme pour *n* = 2012.

d) **Question facultative :** réaliser un programme sur *Algobox* ou sur calculatrice qui permet de tracer la spirale.

[1]. « fPart » ou « partDéc » sur calculatrice TI (aller dans $\boxed{\text{MATH}}$ NUM puis sélectionner 4 :) et « Frac » sur calculatrice Casio.

II. Pout tout entier naturel non nul *n*, on pose $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}$.

1°) À l'aide de programmes sur calculatrice, déterminer :

- une valeur approchée de S_{1000} ;

- le plus petit entier naturel *n* tel que $S_n > 7$.

Il n'est pas demandé d'écrire les programmes.

On donnera les réponses sans explication.

2°) Dans cette question, on utilise la fonction « logarithme népérien », notée ln, définie sur l'intervalle]0 ; + ∞[, qui sera étudiée en Terminale.
Le logarithme népérien d'un réel quelconque *x* strictement positif peut être obtenu sur calculatrice en utilisant la touche $\boxed{\text{ln}}$.

On admet que pour tout entier naturel *n* non nul on a : $\ln n < S_n < \ln n + 1$.

À l'aide de ce résultat, donner à l'aide de la calculatrice le meilleur encadrement possible de S_{1000} par deux décimaux d'ordre 2.
Vérifier que cet encadrement est cohérent avec la valeur approchée de S_{1000} obtenue dans la question 1°).

Consignes

Rédiger ce devoir sur copie simple.