

Consignes :

Devoir à rédiger sur une copie double.

Corrigé du DM pour le 29 mai 2012

Étude d'un algorithme de simulation de marche aléatoire dans un carré

1°) a) **Justifions que la longueur l d'un chemin ainsi défini est telle que $10 \leq l \leq 19$.**

Soit u le nombre de déplacements horizontaux et v le nombre de déplacements verticaux.

La longueur du chemin est donnée par l'égalité $l = u + v$.

En analysant la figure, on peut remarquer que, suivant le point d'arrivée,

- soit $u = 10$

- soit $v = 10$.

• Lorsque $u = 10$, v est un nombre entier vérifiant $0 \leq v \leq 9$.

On a donc : $10 \leq 10 + v \leq 19$.

D'où $10 \leq l \leq 19$.

• Lorsque $v = 10$, u est un nombre entier vérifiant $0 \leq u \leq 9$.

On a donc : $10 \leq u + 10 \leq 19$.

D'où $10 \leq l \leq 19$.

Conclusion :

Dans les deux cas, on a : **$10 \leq l \leq 19$.**

b) **Lien entre la longueur l du chemin et les coordonnées du point d'arrivée ?**

On raisonne par **disjonction de cas**.

1^{er} cas : le point d'arrivée a pour coordonnées $(10 ; y)$ avec $0 \leq y \leq 9$

Dans ce cas, le chemin est composé de 10 déplacements horizontaux et de y déplacements verticaux.

La longueur totale du chemin est donc égale à $10 + y$.

2^e cas : le point d'arrivée a pour coordonnées $(x ; 10)$ avec $0 \leq x \leq 9$

Dans ce cas, le chemin est composé de x déplacements horizontaux et de 10 déplacements verticaux.

La longueur totale du chemin est donc égale à $x + 10$.

Conclusion :

Dans les deux cas, on peut dire que la longueur totale du chemin est égale à la somme des coordonnées du point d'arrivée.

Remarque (qui n'a pas grand intérêt pour la suite) :

Les coordonnées du point d'arrivée sont $(1 - 10 ; 10)$ ou $(10 ; 1 - 10)$.

2°)

a) **Repérons dans l'algorithme la direction prise suivant la valeur obtenue au hasard.**

• Si $a < 0,5$, alors le segment prend une **direction horizontale vers la droite**.

• Sinon, le segment prend une **direction verticale vers le haut**.

b) **Algorithme complété**

Il s'agit d'un **algorithme de tracé et de calcul**.

Quelques remarques sur cet algorithme :

• L'algorithme comporte à la fois une boucle « Tantque » et une instruction conditionnelle.

• Il n'y a pas d'entrées.

• La condition du Tantque est $x < 10$ et $y < 10$.

La négation de cette condition est $x \geq 10$ ou $y \geq 10$ soit, compte tenu du fait que l'on est dans le carré OABC, $x = 10$ ou $y = 10$ ce qui exprime que l'on touche l'un des bords du carré.

Variables :

x, y, a , longueur : réels

Initialisations :

x prend la valeur 0

y prend la valeur 0

longueur prend la valeur 0

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 0) et (10 ; 0)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 0) et (10 ; 10)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 10) et (0 ; 10)

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 10) et (0 ; 0)

Traitement :

Tantque $x < 10$ et $y < 10$ **Faire**

a prend la valeur d'un nombre aléatoire dans l'intervalle [0 ; 1[

Si ($a < 0,5$) **alors**

x prend la valeur $x + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($x - 1 ; y$) et ($x ; y$)

Sinon

y prend la valeur $y + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($x ; y - 1$) et ($x ; y$)

FinSi

 longueur prend la valeur **longueur + 1**

FinTantque

Sortie :

Afficher longueur

Variables :

x, y, a , longueur : réels

Initialisations :

x prend la valeur 0

y prend la valeur 0

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 0) et (10 ; 0).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 0) et (10 ; 10).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 10) et (0 ; 10).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 10) et (0 ; 0).

Traitement :

Tantque $x < 10$ et $y < 10$ **Faire**

a prend la valeur d'un nombre aléatoire dans l'intervalle [0 ; 1[

Si ($a < 0,5$) **alors**

x prend la valeur $x + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($x + 1 ; y$) et ($x ; y$)

Sinon

y prend la valeur $y + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($y + 1 ; x$) et ($x ; y$)

FinSi

FinTantque

longueur prend la valeur $x + y$

Sortie :

Afficher longueur

c) **Programmation de l'algorithme sur ordinateur (logiciel Algobox).**

On rentre l'instruction « a prend la valeur random() » qui renvoie un nombre aléatoire de l'intervalle [0 ; 1[.

3°) a) **Autre façon de calculer la longueur du chemin.**

Compte tenu de la question 1°) b), on peut calculer la longueur du chemin en effectuant la somme des coordonnées du point d'arrivée.

b) **Endroit de l'algorithme où l'on doit placer l'instruction concernant ce nouveau mode de calcul.**

On place l'instruction « longueur prend la valeur $x + y$ » après le « FinTantque ».

Il n'y a plus à faire d'initialisation pour la variable longueur.

4°) **Algorithme complété afin qu'il indique aussi l'aire de la partie du carré située en dessous du chemin (algorithme final).**

La partie du carré située en dessous du chemin peut être considérée comme un « entassement » de rangées horizontales.

Variables :

x, y, a , longueur, **aire** : réels

Initialisations :

x prend la valeur 0

y prend la valeur 0

longueur prend la valeur 0

aire prend la valeur 0

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 0) et (10 ; 0).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 0) et (10 ; 10).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (10 ; 10) et (0 ; 10).

Tracer le segment joignant les points de coordonnées (0 ; 10) et (0 ; 0).

Traitement :

Tantque $x < 10$ et $y < 10$ **Faire**

a prend la valeur d'un nombre aléatoire dans l'intervalle [0 ; 1[

Si ($a < 0,5$) **alors**

x prend la valeur $x + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($x - 1 ; y$) et ($x ; y$)

Si $y \geq 1$, **alors**

aire prend la valeur $aire + 10 - x$

FinSi

Sinon

y prend la valeur $y + 1$

 Tracer le segment joignant les points de coordonnées ($x ; y - 1$) et ($x ; y$)

FinSi

 longueur prend la valeur longueur + 1

FinTantque

Sortie :

Afficher longueur

Afficher aire