TS1

Contrôle du jeudi 5 avril 2012 (40 minutes)

Prénom et nom : ……………………………………………………

Ne rien écrire, ne rien entourer, ne rien surligner sur cette feuille en dehors de ce qui est demandé.
Encadrer en rouge à la règle tous les résultats de l'exercice II.

Note : …… /20

Dans les deux exercices du contrôle, le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

I. (14 points) QCM

Pour chaque question, il y a une seule réponse exacte.
Chaque réponse juste rapporte 2 points. Chaque réponse fausse enlève 1 point.
Remplir le tableau de réponse au verso le plus lisiblement possible.

1°) Soit A et B deux points distincts d'affixes respectives a et b.
Le point C tel que le triangle ABC soit isocèle rectangle direct en A a pour affixe :

a. $c = a + \mathrm{i}\,(b - a)$

b. $c = a - \mathrm{i}\,(b - a)$

c. $c = b + \mathrm{i}\,(a - b)$

d. $c = b - \mathrm{i}\,(a - b)$

2°) On note A et B les points d'affixes respectives 1 et – i.
L'image C de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ a pour affixe :

a. $z_C = \frac{1+\sqrt{3}}{2}(1 + \mathrm{i})$

b. $z_C = \frac{1+\sqrt{3}}{2}(1 - \mathrm{i})$

c. $z_C = \frac{1-\sqrt{3}}{2}(1 - \mathrm{i})$

d. $z_C = \frac{1-\sqrt{3}}{2}(1 + \mathrm{i})$

3°) La transformation géométrique d'écriture complexe $z' = \frac{\mathrm{i}-\sqrt{3}}{2}z$ est :

a. la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

b. la rotation de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$

c. la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$

d. la rotation de centre O et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$

4°) On note A le point d'affixe i.
La rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ a pour expression complexe :

a. $z' = \left(\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$

b. $z' = \left(-\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$

c. $z' = \left(\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\mathrm{i}$

d. $z' = \left(\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}$

5°) On considère les points A et B d'affixes respectives – 2 + 3i et 1 – i.
L'écriture complexe de la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est :

a. $z' = z + 3 - 4\mathrm{i}$

b. $z' = z + 5$

c. $z' = z - 3 + 4\mathrm{i}$

d. $z' = z$

6°) On considère la transformation f d'écriture complexe $z' = 2(z - 3i) + 3i$.
Quelle est cette transformation ?

a. f est l'homothétie de centre O et de rapport 2

b. f est l'homothétie de centre Ω d'affixe 3i et de rapport 2

c. f est l'homothétie de centre Ω d'affixe – 3i et de rapport 2

d. f est la translation de vecteur $\vec{w}$ d'affixe 3i

7°) On considère le point Ω d'affixe $4 - i$.
La rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$ a pour expression complexe :

a. $z' = iz$

b. $z' = iz - 4i - 1$

c. $z' = -iz + 5 + 3i$

d. $z' = iz + 3 - 5i$

Questions	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	
Réponses								

II. (6 points)

On considère les points A et B d'affixes respectives $2 - 2i$ et $-3 + 3i$.

1°) Démontrer que les points O, A et B sont alignés (inutile de préciser l'ordre d'alignement des points) et préciser le rapport de l'homothétie f de centre O qui transforme A en B (en détaillant le raisonnement).

2°) Déterminer l'image $\mathcal{C}'$ du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 4 par f.

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

Corrigé du contrôle du 5 avril 2012

I.

Questions	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Réponses	**a**	**b**	**b**	**a**	**a**	**b**	**d**

II. A(2 – 2i)   B(– 3 + 3i)

1°) Démontrons que les points O, A et B sont alignés et précisons le rapport de l'homothétie *f* de centre O qui transforme A en B.

$$z_{\overrightarrow{OA}} = z_A - z_O = 2 - 2i - 0 = 2 - 2i$$

$$z_{\overrightarrow{OB}} = z_B - z_O = -3 + 3i - 0 = -3 + 3i$$

On constate que : $z_{\overrightarrow{OB}} = -\frac{3}{2} z_{\overrightarrow{OA}}$.

Par conséquent, on en déduit que : $\overrightarrow{OB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$ (1).

Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires.
Comme ils ont un point commun, on en déduit que les points O, A, B sont alignés.

D'après l'égalité (1), le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme A en B est $-\frac{3}{2}$.

2°) Déterminons l'image $\mathcal{C}$' du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 4 par *f*.

Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre A et pour rayon 4.

Donc l'image de $\mathcal{C}$ par *f* est le cercle $\mathcal{C}$' $\left|\begin{array}{l} \text{de centre } B = f(A) \\ \text{de centre } \left|-\frac{3}{2}\right| \times 4 = \frac{3}{2} \times 4 = 6 \end{array}\right.$.