

Fiche sur suites et calculatrices pour les calculatrices TI

Objectifs :

On donne une suite.

On veut obtenir :

- un tableau de valeurs des termes de la suite ;
- une représentation graphique des termes de la suite.

Plan :

Suites du type $u_n = f(n)$ pages 2 à 4

Suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$ pages 5 à 7

Quelques suites particulières :

- Suites définies par des sommes ou des produits page 8
- Suites récurrentes doubles pages 8 à 10
- Suites « imbriquées » pages 10 et 11
- Suites auxiliaires (suite définie en fonction d'une autre) page 12

Exercices pages 13 à 17

Suites du type $u_n = f(n)$

Exemple :

On se propose de tabuler et de représenter graphiquement la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_n = n^2 - 5n - 4$ pour tout entier naturel n .

La suite (u_n) est définie en mode explicite : on connaît l'expression du terme général en fonction de n .

On peut utiliser aussi une fonction (voir plus loin « Autre moyen pour obtenir des valeurs sans utiliser le mode suite »).

Deux remarques pour s'adapter aux notations et au fonctionnement de la calculatrice :

- La suite est définie sur \mathbb{N} .

La plus petite valeur de n est donc 0.

- On peut utiliser la notation fonctionnelle avec parenthèses pour écrire $u(n) = n^2 - 5n - 4$.

Cette notation est utilisée par la calculatrice.

① On appuie sur la touche `mode` puis on sélectionne l'option Seq ou Suit.

② On appuie ensuite sur la touche `f(x)`.

Un écran s'affiche permettant de définir la suite (u_n) .

nMin =

$u(n)$ =

$u(n\text{Min})$ =

③ On remplit la première ligne : $n\text{Min} = 0$.

En effet, la suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} donc la plus petite valeur de n est 0.

④ On remplit la deuxième ligne en tapant l'expression de la suite (u_n) . On utilise la touche $\boxed{x, t, \theta, n}$ pour n .

On obtient donc à l'écran :

$n\text{Min} = 0$
 $u(n) = n^2 - 5n - 4$
 $u(n\text{Min}) = \quad \rightarrow$ on n'écrit rien

⑤ **Pour obtenir le tableau de valeurs de la suite**, on procède de la même façon que pour une fonction : $\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{graphe}}$.

Paramétrer au préalable dans déf table (en tapant sur les touches $\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{fenêtre}}$) de manière à ce que le début de la table commence à 0 et que l'on ait un pas de 1.

Pour avoir un tableau de valeurs de suite

Définir table :

DébTbl = 0

Pas = 1

Indpnt : Auto

Calculs : Auto

Pour obtenir un terme particulier de la suite, il y a deux méthodes :

→ 1^{ère} méthode :

On sélectionne Ask (au lieu du Auto) et on tape l'indice du terme dont on veut obtenir la valeur.

Exemple : $u(10) = 46$

→ 2^e méthode : intéressante

On se place sur l'écran normal.

On écrit simplement "u" (en faisant) puis (10) (il faut bien mettre les parenthèses) et enfin on appuie sur .

⑥ **Pour obtenir la représentation graphique sous la forme d'un nuage de points**, on appuie sur (adapter au préalable la fenêtre graphique).

On obtient un « nuage » de points.

Ce nuage de points sert à visualiser graphiquement la suite. Ce type de représentation graphique est surtout intéressant lorsque l'on a plusieurs suites.

Précision : le problème de l'ensemble de définition

L'ensemble de définition a une grande importance. C'est lui qui conditionne la valeur du nMin que l'on doit donner à la calculatrice.

Exemple :

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{n-2}$.

La suite (u_n) est définie à partir de l'indice 2 (car $n-2 \geq 0 \Leftrightarrow n \geq 2$).

On doit donc rentrer la valeur nMin = 2. Si on rentre une autre valeur (comme 1 ou 0), la suite ne sera pas définie. On aura « error ».

Autre moyen pour obtenir des valeurs sans utiliser le mode suite

Pour obtenir des valeurs d'une suite (u_n) définie par une relation du type $u_n = f(n)$, on peut tout simplement rentrer la fonction f (ici fonction $f: x \mapsto x^2 - 5x - 4$) puis définir le tableau de valeurs en partant de 0 avec un pas de 1.

Suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$

Il s'agit d'une suite définie par une relation de récurrence simple (suite récurrente d'ordre 1).

Exemple :

On se propose de tabuler et de représenter la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 10$ (terme initial) et la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,5u_n + 1$ pour tout entier naturel n .

La suite (u_n) est définie en mode récurrent : on ne connaît pas l'expression du terme général en fonction de n .

Deux remarques pour s'adapter aux notations et au fonctionnement de la calculatrice :

- La suite est définie sur \mathbb{N} .

La plus petite valeur de n est donc 0.

- La relation de récurrence peut s'écrire : $u_n = 0,5u_{n-1} + 1$ (pour $n \geq 1$).

On peut utiliser la notation fonctionnelle avec des parenthèses pour écrire les termes de la suite.

On obtient ainsi la relation de récurrence sous la forme : $u(n) = 0,5 \times u(n-1) + 1$.

$u(n)$ désigne l'image de n par la fonction u .

$u(n-1)$ désigne l'image de $n-1$ par la fonction u .

① On appuie sur la touche mode puis on sélectionne l'option Seq ou Suit.

② On tape ensuite la relation de récurrence sous la forme mentionnée ci-dessus ($u(n) = 0.5 * u(n-1) + 1$) avec la touche $f(x)$, en utilisant la touche x, t, θ, n pour n .

On obtient donc à l'écran :

$n\text{Min} = 0$
 $u(n) = 0.5 * u(n-1) + 1$
 $u(n\text{Min}) = \{ 10 \}$ → on tape 10, puis entrer, les accolades se mettent automatiquement.

- Il faut noter que, comme la suite est définie sur \mathbb{N} , la plus petite valeur de n est 0 ce qui apparaît à l'écran sous la forme $n\text{Min} = 0$.
- Il faut compléter la ligne $u(n\text{Min}) =$ en tapant 10 puisque c'est la valeur du premier terme de la suite (ou terme initial).
- Il faut respecter scrupuleusement la syntaxe avec des parenthèses telle qu'elle est mentionnée dans l'encadré (ainsi que la syntaxe des calculs propre à la calculatrice).
- La lettre u s'obtient en appuyant sur les touches 2nde 7.

③ **Pour obtenir le tableau de valeurs de la suite**, on procède de la même façon que dans le cas d'une suite définie en mode explicite : 2nde graphe.

Pour obtenir un terme particulier de la suite (par exemple u_{13}), il y a deux méthodes :

→ 1^{ère} méthode :

On sélectionne Ask (au lieu du Auto) ou on tape 2nde 7 puis 7 et on tape l'indice du terme dont on veut obtenir la valeur.

→ 2^e méthode : intéressante

On écrit simplement " u " (en faisant 2nde 7) puis entre parenthèses l'indice du terme dont on veut obtenir la valeur à l'écran normal.

④ Pour obtenir la construction en « toile d'araignée » ou en « marches d'escalier » ou « en escargot », on va dans format (touches $\boxed{2\text{nde}}$ et $\boxed{\text{zoom}}$) et sur la première ligne, sélectionner le choix Toile ou Web (toile en anglais) ou Esc (escalier).

Régler la fenêtre d'affichage.

Puis touche $\boxed{\text{graphe}}$.

La calculatrice affiche alors les droites d'équations $y = 0,5x + 1$ et $y = x$.

Activer la fonction $\boxed{\text{trace}}$. Chaque appui sur la touche \blacktriangleright permet de visualiser une étape de la construction des termes de la suite u .

La suite semble converger vers l'abscisse du point d'intersection des droites.

→ La lecture du terme u_n se fait en y lors de l'affichage de la valeur de n .

→ Pour effacer une construction, instruction dessin (touches $\boxed{2\text{nde}}$ et $\boxed{\text{prgm}}$) et choix 1 : EffDessin.

Attention, la construction en « marches d'escalier » ne fonctionne que pour une suite récurrente d'ordre 1 (c'est-à-dire où chaque terme est exprimé en fonction du précédent).

On retiendra que pour les modèles de calculatrice TI, on doit toujours donner la relation de récurrence sous la forme $u_n = \dots$: « u_n en fonction de u_{n-1} » ou « u_n en fonction de u_{n-1} et u_{n-2} ».

Il est souvent nécessaire de mettre la relation de récurrence sous une nouvelle forme.

Pour passer d'une relation de récurrence de la forme « u_{n+1} en fonction de u_n » à une relation de récurrence sous la forme « u_n en fonction de u_{n-1} », on enlève 1 à chaque n .

En cas de message ERROR : DIM INVALID :

Faire $\boxed{\text{seconde}}$ $\boxed{Y=}$ ou $\boxed{\text{seconde}}$ $\boxed{f(x)}$.

Plot 1 NAff

Quelques suites particulières

- Suites définies par des sommes ou des produits

Exemple :

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_n = \sum_{k=0}^{k=n} k^2$ pour tout entier naturel n .

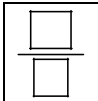
TI 83-Plus.fr ou TI-83 Premium CE	TI 83 (modèles plus anciens)
<div style="border: 1px solid black; background-color: #ffffcc; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>nMin = 0</p> $u(n) = \sum_{K=0}^n K^2$ <p>$u(nMin) =$ → on n'écrit rien</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; background-color: #ffffcc; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>nMin = 0</p> <p>$u(n) = \text{somme}(\text{suite}(K^2, K, 0, n))$</p> <p>$u(nMin) =$ → on n'écrit rien</p> </div>

- TI 83-Plus.fr ou TI-83 Premium CE :

Pour obtenir le symbole Σ , aller dans math MATH summation (.

Le vendredi 24 mars 2017

math MATH 0 : somme $\Sigma($ ou 0 : summation $\Sigma($.

On peut aussi utiliser la touche de calculatrice  pour écrire le symbole Σ à l'écran.

Il y a un autre moyen pour afficher le symbole Σ sur la calculatrice TI-83 Plus.

$\boxed{\text{alpha}}$ \rightarrow $\boxed{\text{alpha}}$ \rightarrow $\boxed{\text{fen\^ete}}$ \rightarrow $\boxed{2}$

• **TI 83 (modèles plus anciens) :**

On écrit « somme » et « suite » si la calculatrice est en français (ou « sum » et « seq » si la calculatrice est en anglais).

Le jeudi 22-9-2016

nMin = 0

$$u(n) = \sum_{K=0}^n K^2$$

$u(n\text{Min}) =$ \rightarrow ne rien écrire

Aller ensuite dans table pour observer les valeurs.

• **Suites récurrentes doubles**

Exemple :

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par ses premiers termes $u_0 = -1$ et $u_1 = \frac{1}{2}$ ainsi que par la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$.

La suite (u_n) est une suite définie par ses deux premiers termes et une *relation de récurrence d'ordre 2* (chaque terme, sauf les deux premiers, s'exprime en fonction des deux précédents).

Pour rentrer la suite dans la calculatrice, on doit commencer par transformer la relation de récurrence en l'écrivant sous la forme : $u_n = u_{n-1} - 0,25u_{n-2}$ (pour $n \geq 2$).

Ensuite, on rentrera :

- 0 pour valeur minimale de n ;
- la relation de récurrence $u(n) = u(n-1) - 0.25 * u(n-2)$;
- $u(nMin) = \{0.5, -1\}$ (il faut utiliser le « bon » -, c'est-à-dire le « petit » -).

Les termes initiaux de la suite sont $-1 (u_0)$ et $0,5 (u_1)$.

Attention, on tape d'abord la valeur de u_1 puis la valeur de u_0 .

Les deux valeurs sont écrites entre accolades, séparées par une virgule, dans l'ordre décroissant des indices (on peut dire qu'on écrit les valeurs dans un « ensemble »).

Pour les accolades, on tape .

On doit taper une accolade au début et une accolade à la fin, car contrairement au cas d'une suite récurrente d'ordre 1, les accolades ne se placent pas automatiquement.

On obtient donc à l'écran :

```
nMin = 0
u(n) = u(n-1) - 0.25 * u(n-2)
u(nMin) = {0.5, -1}
```

On peut alors observer avec le tableau de valeurs que la suite est croissante de « 0 à 2 » (les termes sont $-1, 0,5$ et $0,75$) et qu'elle semble décroissante à partir de l'indice 2. Elle n'est donc pas monotone.

Cette méthode ne marche pas pour les suites définies par une relation récurrente d'ordre supérieur à 2.

On peut éventuellement observer le nuage de points mais la construction en « marche d'escaliers » ne fonctionne plus (pas de graphique en marche d'escaliers en dehors du cas d'une suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1).

Pour $n-1$ et $n-2$, on utilise le « grand » – (et non le « petit » –).

Une élève m'a signalé qu'il faut aussi modifier le format. Il faut choisir $f(n)$ et non Esc.

• Suites « imbriquées »

Exemple :

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur \mathbb{N} par ses premiers termes $u_0 = -2$ et $v_0 = 3$ ainsi que par les relations de récurrence $u_{n+1} = u_n + v_n$ et

$$v_{n+1} = u_n - v_n.$$

On veut obtenir un tableau de valeurs de ces deux suites.

On rentre la suite (u_n) : $n\text{Min} = 0$, $u(n) = u(n-1) + v(n-1)$, $u(n\text{Min}) = \{-2\}$.

On rentre la suite (v_n) : $v(n) = u(n-1) - v(n-1)$, $v(n\text{Min}) = \{3\}$.

$$\begin{aligned} n\text{Min} &= 0 \\ u(n) &= u(n-1) + v(n-1) \\ u(n\text{Min}) &= \{-2\} \\ v(n) &= u(n-1) - v(n-1) \\ v(n\text{Min}) &= \{3\} \end{aligned}$$

Indication 1 :

- La lettre u s'obtient en appuyant sur les touches `2nde` `7` .
- La lettre v s'obtient en appuyant sur les touches `2nde` `8` .

Indication 2 :

Attention à bien définir la « table » (c'est-à-dire le tableau de valeurs).
Pour définir les paramètres du tableau, faire `2nde` `fenetre` (déf table).
Régler : Déb Tbl = 0 et Pas = 1.

On obtient le tableau de valeurs suivant :

n	$u(n)$	$v(n)$
0	-2	3
1	1	-5
2	-4	6
3	2	-10

• Suites auxiliaires (suite définie en fonction d'une autre)

Exemple :

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et la relation $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2u_n - 5$.

On note (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = 5 - u_n$.

On veut obtenir les termes de ces deux suites sur la calculatrice.

On rentre la suite (u_n) : $n\text{Min} = 0$, $u(n) = 2 * u(n-1) - 5$, $u(n\text{Min}) = \{ 1 \}$.

On rentre la suite (v_n) : $v = 5 - u$ (on observera cette syntaxe tout à fait particulière) et $v(n\text{Min}) = \{ 4 \}$.

On obtient donc à l'écran :

```
nMin = 0
u(n) = 2 * u(n-1) - 5
u(nMin) = { 1 }
v = 5 - u
v(nMin) = { 4 }
```

On obtient le tableau suivant :

n	$u(n)$	$v(n)$
0	1	4
1	-3	8
2	-11	16
3	-27	32

Exercices

1 On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.

Déterminer un tableau de valeurs de la suite (u_n) ainsi que sa représentation graphique sous forme d'un nuage de points.

2 On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.

Déterminer un tableau de valeurs de la suite (u_n) ainsi que sa représentation graphique sous forme d'un nuage de points.

3 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par l'égalité $u_n = n + (-1)^n$.

Déterminer un tableau de valeurs de la suite (u_n) ainsi que sa représentation graphique sous forme d'un nuage de points.

4 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par l'égalité $u_n = \frac{2n}{n+1}$.

Déterminer un tableau de valeurs de la suite (u_n) ainsi que sa représentation graphique sous forme d'un nuage de points.

5 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = -1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2u_n + 5$ pour tout entier naturel n .

« Rentrer » la suite dans la calculatrice.

Donner les valeurs de u_{10} et de u_{20} .

6 Dans chaque cas, faire apparaître sur la calculatrice la construction en « marches d'escalier », « en escargot » ou « en toile d'araignée » des termes de la suite (u_n) .

a. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} + 2$.

b. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 0$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{3}{2}(u_n)^2 + \frac{5}{2}u_n + 1$.

c. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{u_n} + 1$.

d. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 0$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{u_n + 1}$.

e. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 12$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6}$.

Convergence (rapide) vers 3

f. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 20$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$.

Convergence (rapide) vers le nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (environ égal à 1,6)

g. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 13$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.

Tous les termes sont positifs.

Convergence rapide vers racine de 2

h. (u_n) est définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = -13$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.

Tous les termes sont négatifs.

Convergence rapide vers - racine de 2

7 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par ses deux premiers termes $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$ ainsi que par la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ (suite de Fibonacci).

Calculer les premiers termes de la suite à l'aide de la calculatrice.

8 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par ses deux premiers termes $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$ ainsi que par la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n + n$ pour tout entier naturel n .

Calculer les premiers termes à l'aide de la calculatrice.

Solutions :

1

1^{ère} méthode :

On utilise l'expression explicite du terme général de la suite (u_n) : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 + 2n$.

Il n'y a pas besoin de rentrer le premier terme.

2^e méthode :

On utilise la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = u_{n-1} + 2$.

Il est nécessaire de rentrer le premier terme.

2

1^{ère} méthode :

On utilise l'expression explicite du terme général de la suite (u_n) : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times 2^n$.

Il n'y a pas besoin de rentrer le premier terme.

2^e méthode :

On utilise la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = 2 \times u_{n-1}$.

Il est nécessaire de rentrer le premier terme.

3

On ne peut passer par la fonction f définie par $f(x) = x + (-1)^x$ car cette fonction n'existe pas pour des valeurs de x autres que des entiers.

Attention à prendre le bon signe - (« petit » moins).

5

$$\begin{aligned}n\text{Min} &= 0 \\ u(n) &= 2 * u(n-1) + 5 \\ u(n\text{Min}) &= \{ -1 \}\end{aligned}$$

$$u_{10} = 4091$$

$$u_{20} = 4\,194\,299$$

On écrit simplement "u" (en faisant) puis "(" puis 10 puis ") " à l'écran normal.

6

a. On écrit la relation de récurrence $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} + 2$ sous la forme $u_n = 2\sqrt{u_{n-1}} + 2$.

$$n\text{Min} = 0$$

$$u(n\text{Min}) = 1$$

$$u(n) = 2\sqrt{u(n-1)} + 2 \quad \text{ou} \quad u(n) = 2\sqrt{u(n-1)} + 2 \quad (\text{attention aux parenthèses})$$

On rentre donc la formule $u(n) = 2\sqrt{u(n-1)} + 2$.

Sur l'écran, la calculatrice trace automatiquement la courbe d'équation $y = 2\sqrt{x} + 2$ ainsi que la droite d'équation $y = x$.

c. Calculatrice $u(n) = (1/u(n-1)) + 1$

$X \in [0; 4]$; $Y \in [0; 4]$

$n\text{Min} = 0$

$n\text{Max} = 0$

$x\text{Min} = -0,1$

8

On écrit la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n + n$ sous la forme $u_n = u_{n-1} + u_{n-2} + n - 2$.

On tape :

$n\text{Min} = 0$ (attention ici)

$u(n) = u(n-1) + u(n-2) + n - 2$

$u(n\text{Min}) = \{1, 0\}$

On obtient : 0 – 1 – 1 – 3 – 6 – 12 – 22 etc.

Somme des termes consécutifs d'une suite sur calculatrice TI

Aller dans Liste en faisant .

Choisir MATH sum((choix 5) puis .

Retourner dans Liste en faisant .

Choisir OPS (deuxième colonne), seq((touche 5) puis .

Un écran va apparaître.

Voici ce qui s'affiche :

Exp : (taper l'expression du terme général de la suite)
Variable : (rentrer la variable)
Start : (rentrer l'indice du premier terme de la somme)
End : (rentrer l'indice du dernier terme de la somme)
Step : (rentrer 1 ou rien)
Paste
puis .

Exemple :

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme -10 et de raison -3 .

Calculer à l'aide de la calculatrice la somme des termes de u_4 à u_{20} .

Exp : $-10 - 3n$
Variable : n
Start : 4
End : 20
Step : 1 ou Step : (rien, laisser un blanc)
Paste

puis .

La calculatrice affiche $\text{sum}(\text{seq}(-10 - 3n, n, 4, 20))$. Retaper .

Le résultat affiché est -782 .