

Exposé sur l'escargot de Pythagore

Quelques axes :

Bien comprendre le sujet.

1. On part d'un segment de longueur 1 (pour une unité de longueur choisie).

Construire à la règle et au compas un segment de longueur $\sqrt{2}$ (sans recourir à aucun instrument de mesure).

Nature du nombre $\sqrt{2}$.

Irrationnalité de $\sqrt{2}$.

Définir clairement ce qu'est un rationnel ; ce qu'est un irrationnel.

Présentation de la construction.

Justification de la construction par le calcul.

L'aspect historique pourra être envisagé :

Le Ménon de Platon.

Découverte des irrationnels.

On pourra évoquer la propriété du développement décimal d'un rationnel.

Signaler que cette propriété caractérise les nombres rationnels.

2. Présentation de l'escargot de Pythagore (ou spirale de Pythagore)

On cherche à construire des segments dont les longueurs sont les racines carrées de tous les entiers naturels supérieurs ou égaux à 2 (sans utiliser de calculatrice pour calculer une valeur approchée).

On admettra que la racine carrée de n'importe quel entier naturel qui n'est pas un carré parfait est un irrationnel.

Procédé de construction algorithmique.

Illustration par une figure.

Justification sommaire.

Présenter une figure statique avec le codage des segments de même longueur et des angles droits.

Production attendue :

1. Présentation Power Point pour le texte.

2. Illustration : figures sur Geogebra.

La figure de l'escargot de Pythagore devra être montrée de manière dynamique grâce à un outil (« Créer un nouvel outil »).

3. Justification de la construction à l'aide de calculs qui pourront être faits sur le tableau noir.

Pour diriger un peu le travail :

- réaliser une figure sur papier avec les instruments classiques de géométrie

On passe ensuite à un logiciel de géométrie dynamique tel que Geogebra :

- commencer par faire une figure avec Geogebra (figure normale) pour s'apercevoir que c'est long à faire ;

- puis faire une figure en créant un « outil » avec Geogebra.

Capacités mises en œuvre :

Communiquer oralement, exprimer clairement ses idées en mathématiques en utilisant un vocabulaire précis.

Sources possibles :

- Internet, manuel de mathématiques du CDI (éventuellement CDI collège)
- « Dictionnaire des mathématiques » de Stella Baruk (il est disponible au CDI du lycée)
- Pierre-Yves Gouiffes : documents sur Internet sur le site pysa.free.fr
Rubrique 3^e Racines carrées. Il y a notamment la construction de Lagrange.

Ne pas faire de copier-coller.

Reformuler les idées si possible avec d'autres mots pour produire quelque chose de personnel (mais il est bien évident qu'en mathématiques il y a des mots qui doivent être obligatoirement employés).

Quelques mots-clefs

- Racine carrée
- Construction à la règle et au compas

Sources possibles

- Pierre-Yves Gouiffes (professeur de collège à Lézignan) : documents sur Internet sur le site pysa.free.fr
Rubrique 3^e Racines carrées.
Il y a notamment la construction de Lagrange.
- Escargot de Pythagore sur le site de Daniel Mentrard. La figure est faite sur Geogebra.
Aller sur le site dans Arithmétique (1) : « La spirales des racines carrées ».

Protocole de construction

Placer les points A et B de coordonnées respectives (0, 0) et (1, 0).

Tracer le segment [AB].

Définir le point $C = B - \text{VecteurUnitaireOrthogonal}[\text{Segment}[B,A]]$ (attention à la virgule pour le segment)

Tracer les segments [AB], [BC], [CA]. Enlever les étiquettes des segments.

Aller dans Outils puis « Créer un nouvel outil ».

Objet initiaux : A et B

Objets finaux : C, segments [BC] et [CA]

Nom de l'outil : choisir un nom, par exemple Pythagore.

L'outil ayant été créé avec succès, cliquer sur l'icône de l'outil puis sur les points A et C, la construction du deuxième triangle s'effectue.

Enlever le quadrillage et les axes.

Variante : créer le polygone ABC, (créer l'angle \widehat{CBA} avec le codage de l'angle droit : ça ne sert à rien pour la suite de la construction).

Objet initiaux : A et B

Objets finaux : point C, segment [BC], segment [CA]

ou : point C, polygone ABC

Nom de l'outil : choisir un nom, par exemple Pythagore.