1$^{\text{ère}}$ S

Exercices sur les généralités sur les suites

Notations :

On rappelle que pour une suite u l'image d'un entier naturel n est notée $u(n)$ ou u_n.
u_n est appelé le terme d'indice n de la suite.
Au lieu de u, on peut aussi noter la suite (u_n).

1 Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n^2 + n$.
1°) Calculer « à la main » u_0, u_1, u_2, u_3.
2°) Exprimer en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n} (résultats sous forme développée réduite).

2 Soit u la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$.
1°) Calculer u_0, u_1, u_2, u_3.
2°) Exprimer en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n} (résultat sous la forme d'un seul quotient).
Faire les traits de fraction à la règle.

3 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2(u_n)^2 - 3u_n$.
Calculer u_1, u_2, u_3.

4 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 20}$.
Calculer u_1, u_2, u_3.

5 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 2$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 6 - u_n$.
1°) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.
2°) Calculer u_{100}.

6 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = 3$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \dfrac{5}{u_n}$.
1°) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6.
2°) Calculer u_{100}.

7 Soit u la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{n-1}{n}$.
Déterminer une fonction f définie sur $[1\,;+\infty[$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = f(n)$.

8 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = -2$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3}$.
1°) Déterminer la fonction f telle que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$.
2°) Calculer u_1, u_2, u_3.

9 Soit u la suite définie par son premier terme $u_0 = -2$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \dfrac{u_n}{4} + 1$.
1°) Déterminer la fonction f telle que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$.
2°) Calculer u_1, u_2, u_3.

10 Soit u une suite telle que $u_{n+1} = \dfrac{2}{(u_n)^2 + 1}$.
Calculer u_1, u_2, u_3 dans les deux cas :
<u>1$^{\text{er}}$ cas</u> : $u_0 = 0$; <u>2$^{\text{e}}$ cas</u> : $u_0 = 1$.

11 Dans chaque cas, on donne un procédé permettant de passer d'un terme au suivant pour une suite u.

Dans la colonne de droite, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour $n \in \mathbb{N}$.

Exemple pour comprendre le mécanisme :

« On multiplie par 3 et on enlève 1 au résultat ».

On traduit ce procédé par $u_1 = 3u_0 - 1$, $u_2 = 3u_1 - 1$… et de manière générale $u_{n+1} = 3u_n - 1$.

Dans la colonne de droite, on attend chaque fois une égalité du type $u_{n+1} = \ldots$.

	Description du procédé permettant de passer d'un terme au suivant	**Relation donnant u_{n+1} en fonction de u_n**
1	« On multiplie par 2 et on ajoute 1 au résultat ».	…………………………….
2	« On divise par 2 ».	…………………………….
3	« On élève au carré et on enlève 2 au résultat ».	…………………………….
4	« On ajoute 1 et on élève au carré le résultat ».	…………………………….
5	« On calcule l'inverse et on ajoute 3 au résultat ».	…………………………….
6	« On ajoute 4 et on calcule la racine carrée du résultat ».	…………………………….

12 Dans chaque cas, on définit une suite u par son terme général.
Représenter les premiers termes dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$ (représentation en nuage de points).
Faire un graphique dans chaque cas.

1^er^ cas : u est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = (-1)^n$.

2^e^ cas : u est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$.

3^e^ cas : u est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = (-2)^n$.

$\boxed{13}$ On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = -3$ et la relation de récurrence
$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = -2u_n - 3$.
Le but de l'exercice est de représenter graphiquement les premiers termes de la suite u selon le procédé usuel d'une suite définie par récurrence.

1°) Déterminer la fonction *f* associée à *u*.
2°) Tracer sur un même graphique la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ et la droite Δ d'équation $y = x$. Prendre 0,5 cm pour unité graphique et prendre une page complète pour le graphique.
3°) Faire apparaître u_0, u_1, u_2, u_3 … sur l'axe des abscisses (sans calculer les termes).
Laisser les constructions apparentes en pointillés.

$\boxed{14}$ On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 4$ et la relation de récurrence
$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2u_n - 3$.
Représenter graphiquement selon le procédé usuel d'une suite définie par récurrence les premiers termes de la suite u dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Prendre 1 cm pour unité graphique.

$\boxed{15}$ **Initiation au raisonnement de « proche en proche »**

Dans une file de cent voitures, constituée uniquement de voitures rouges et vertes, si une voiture est rouge la suivante est rouge.

1°) Si une voiture est rouge quelle est la couleur de la suivante ? Et, si une voiture est verte, que peut-on en conclure (pour la voiture suivante et pour la précédente) ?
2°) Peut-on savoir combien il y a de voitures rouges (exactement, au plus, ou au moins) :
- si la trentième voiture est rouge ?
- si la trentième voiture est verte ?
- si la *n*-ième voiture est rouge (verte) où *n* est un entier naturel compris entre 1 et 100 ?

$\boxed{16}$ On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence
$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = (n+1)u_n$.
1°) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, quelle relation y-a-t-il entre u_n et u_{n-1} ?
2°) Calculer u_1, u_2, u_3.
3°) Écrire un algorithme en langage naturel qui, pour un entier naturel $p \geqslant 1$ donné en entrée, affiche en sortie u_p.
Réaliser ensuite le programme sur calculatrice. Vérifier les valeurs de u_1, u_2, u_3 obtenues à la question 2°).

$\boxed{17}$ On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par la valeur de son premier terme u_0 et la relation de récurrence
$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2u_n - 1$.

1°) Écrire un algorithme en langage naturel qui permet de donner en entrée la valeur de u_0 et la valeur d'un entier naturel $p \geqslant 1$ et qui affiche en sortie la valeur de u_p.
Réaliser ensuite le programme sur calculatrice.
2°) Écrire un nouvel algorithme en modifiant le précédent qui permet de donner en entrée la valeur de u_0 et la valeur d'un entier naturel $p \geqslant 1$ et qui affiche en sortie la liste de tous les termes jusqu'à u_p.
Réaliser ensuite le programme sur calculatrice.

Liste des termes d'une suite

$\boxed{18}$ On considère la suite de nombres suivante :

1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; 312211 ; 13112221 ; 1113213211 ; … .

Cette suite a été construite suivant une règle précise liée à la prononciation orale des termes de la suite.

1°) Trouver la règle de construction de la suite considérée. Cette suite est appelée « look and say sequence ».
2°) Écrire les trois termes suivants en utilisant la règle de construction pour la question 1°).

Point info :

La suite « look and say sequence » possède plusieurs propriétés, par exemple :

- Aucun terme de la suite ne possède un chiffre supérieur à 3.
- Tous les termes possèdent un nombre pair de chiffres, sauf le terme initial.
- Les termes de rang impair se terminent par 21 et les termes de rang pair par 11 (là encore, à l'exception du terme initial).
- En moyenne, les termes de la suite possèdent 50 % de chiffres 1, 31 % de 2 et 19 % de 3.

$\boxed{19}$ **Suite de Syracuse**

On part d'un entier naturel choisi initialement de manière quelconque.
On construit une suite d'entiers naturels (« chaîne de nombres ») sur le principe suivant permettant de passer d'un nombre au suivant :
- si le nombre est pair, on le divise par 2 ;
- si le nombre impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

Écrire la chaîne de nombres obtenue en prenant 18 comme nombre de départ.
Recommencer en choisissant d'autres nombres de départ.
Qu'observe-t-on ?

$\boxed{20}$ Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ telle que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, u_n est égal au *n*-ième chiffre après la virgule de l'écriture décimale de $\sqrt{2}$.
Déterminer u_1, u_2, u_3.

$\boxed{21}$ Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2^{-n}$.
Calculer « à la main » u_0, u_1, u_2, u_3.

$\boxed{22}$ On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{k=n} \frac{1}{k+1}$.

On fera bien attention à distinguer la variable k qui intervient dans la somme (variable muette) de la variable n qui définit la suite.
Mettre un exemple de calcul.

Calculer « à la main » u_0, u_1, u_2, u_3.

Ou par (donné le 6-5-2019)

1°) $u_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k}$.

a) Calculer « à la main » u_0, u_1, u_2, u_3.

b) Calculer à l'aide de la calculatrice u_{100}. On donnera la valeur arrondie au millième.

2°) Même question avec la suite $v_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{(-1)^k}{k}$

Le 8-5-2019

Peut-être mettre un exercice avec une boucle « Tantque ».

Il est possible de rentrer directement la fonction $\text{Y1} = \sum_{\text{K}=0}^{\text{X}} \left(\frac{1}{\text{K}+1}\right)$.

Ensuite, tableau de valeurs.

Corrigé

Dans tout le chapitre, ce seront surtout des calculs et quelques constructions graphiques.
Il y aura très peu de rédaction.

Pour des suites définies en mode récurrent, la programmation sur calculatrice ou sur tableur permet d'obtenir rapidement les résultats.

Les exercices sont axés sur :
- aspect visuel (graphique) « à la main » et à l'aide d'outils de calcul
- aspect calcul (numérique et littéral, « à la main » et à l'aide d'outils
- aspect théorique (lien entre fonctions et suites notamment)

Il est important me semble-t-il de dire à chaque fois « il ne s'agit pas d'une suite arithmétique », « il ne s'agit pas d'une suite géométrique ».

1

Il s'agit d'une suite définie selon le mode explicite.

1°) **Calcul des premiers termes**

Il s'agit de simples calculs d'images.

Calculer les termes de la suite revient à calculer les images des entiers par la fonction associée à la suite.
$u_0 = 0$, $u_1 = 3$, $u_2 = 10$, $u_3 = 21$

2°) $u_{n+1} = 2(n+1)^2 + (n+1) = ... = 2n^2 + 5n + 3$; $u_n + 1 = 2n^2 + n + 1$; $u_{2n} = 8n^2 + 2n$

Solution détaillée :

(u_n) : suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n^2 + n$

La suite (u_n) est définie de manière explicite (par une formule).

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\to \mathbb{R} \\ n &\mapsto 2n^2 + n \end{aligned}$$

1°) **Calculons u_0, u_1, u_2, u_3.**

La variable n peut être remplacée par n'importe quelle valeur entier naturel.

$u_0 = 2 \times 0^2 + 0 = 0$
$u_1 = 2 \times 1^2 + 1 = 3$
$u_2 = 2 \times 2^2 + 2 = 10$

$u_3 = 2\times 3^2 + 3 = 21$

Une présentation des calculs en colonnes est préférable.

2°) **Exprimons en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n}.**

Il s'agit de calcul littéral (avec des suites) : calcul sur les indices.

$u_{n+1} = 2(n+1)^2 + (n+1) = 2(n^2+2n+1) + n + 1 = 2n^2 + 5n + 3$

$u_n + 1 = 2n^2 + n + 1$

$u_{2n} = 2\times(2n)^2 + 2n = 2\times 4n^2 + 2n = 8n^2 + 2n$

Commentaire :

La notation fonctionnelle (avec parenthèses) permet de mieux comprendre éventuellement ce type d'exercice.

$u_{n+1} = u(n+1) = 2(n+1)^2 + (n+1) = \ldots$

$u_n + 1 = u(n) + 1 = \ldots$

$u_{2n} = u(2n) = 2\times(2n)^2 + 2n = \ldots$

$\boxed{2}$ Il s'agit d'une suite définie selon le mode explicite.

1°) $u_0 = -1$; $u_1 = 0$; $u_2 = \dfrac{1}{3}$; $u_3 = \dfrac{1}{2}$; 2°) $u_{n+1} = \dfrac{n}{n+2}$; $u_n + 1 = \dfrac{n-1}{n+1} + 1 = \dfrac{(n-1)+(n+1)}{n+1} = \ldots = \dfrac{2n}{n+1}$;
$u_{2n} = \dfrac{2n-1}{2n+1}$

Solution détaillée :

(u_n) : suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$

La variable est notée *n*.

$$u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$$
$$n \mapsto \frac{n-1}{n+1}$$

1°) **Calculons u_0, u_1, u_2, u_3.**

$u_0 = \dfrac{0-1}{0+1} = -1$

$u_1 = 0$

$u_2 = \dfrac{1}{3}$

$u_3 = \dfrac{1}{2}$

2°) **Exprimons en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n}.**

$u_{n+1} = \dfrac{(n+1)-1}{(n+1)+1} = \dfrac{n}{n+2}$

$u_n + 1 = \dfrac{n-1}{n+1} + 1 = \dfrac{(n-1)+(n+1)}{n+1} = \dfrac{2n}{n+1}$

$u_{2n} = \dfrac{2n-1}{2n+1}$

Comme dans l'exercice précédent, on peut utiliser la notation fonctionnelle (avec parenthèses) plutôt que la notation indicielle.

$\boxed{3}$

Il n'y a pas de rédaction spécifique.
Les calculs doivent montrer la trace du raisonnement.

Il s'agit d'une suite définie par récurrence.
$u_1 = -1$, $u_2 = 5$, $u_3 = 35$

Solution détaillée :

$$(u_n) \begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2(u_n)^2 - 3u_n \end{cases}$$

La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_0 = 1$ et chaque terme est défini par une formule en fonction du précédent.

Les termes vont pouvoir être calculés de proche en proche grâce à la relation $u_{n+1} = 2{u_n}^2 - 3u_n$.

Calculons u_1, u_2, u_3.

On commence par écrire la formule littérale : $u_{0+1} = 2{u_0}^2 - 3u_0$.

$u_1 = u(0+1) = 2\times(u_0)^2 - 3u_0 = 2\times 1^2 - 3\times 1 = 2 - 3 = -1$
$u_2 = u(1+1) = 2\times(u_1)^2 - 3u_1 = 2\times(-1)^2 - 3\times(-1) = 2 + 3 = 5$
$u_3 = u(2+1) = 2\times(u_2)^2 - 3u_2 = 2\times 5^2 - 3\times 5 = 50 - 15 = 35$

On n'est pas obligé d'utiliser la notation avec parenthèses.
On peut directement écrire :

$u_1 = u_{0+1} = 2\times(u_0)^2 - 3u_0 = 2\times 1^2 - 3\times 1 = -1$

$u_2 = u_{1+1} = 2\times(u_1)^2 - 3u_1 = 2\times(-1)^2 - 3\times(-1) = 5$

etc.

À chaque changement de numéro, on applique la relation.

→ Il est intéressant de vérifier les résultats à l'aide de la calculatrice (en se plaçant en mode suite).

On doit d'abord écrire la relation de récurrence sous la forme $u_n = 2(u_{n-1})^2 - 3\times u_{n-1}$.

On doit donc rentrer la suite sous la forme :

$n\text{Min} = 0$

$\text{u}(n) = 2*(\text{u}(n-1))^2 - 3*\text{u}(n-1)$

$\text{u}(n\text{Min}) = \{1\}$ (taper 1, les accolades se mettent toutes seules sans qu'il y ait à faire quoi que ce soit)

On obtient les valeurs jusqu'à u_8 mais pas au-delà car la calculatrice est en dépassement de capacité.

$$
\begin{aligned}
&u_0 = 1\\
&u_1 = -1\\
&u_2 = 5\\
&u_3 = 35\\
&u_4 = 2345\\
&u_5 \approx 1{,}1\times 10^7\\
&u_6 \approx 2{,}4\times 10^{14}\\
&u_7 \approx 1{,}2\times 10^{29}\\
&u_8 \approx 2{,}7\times 10^{58}
\end{aligned}
$$

Commentaires :

À partir de u_5, la calculatrice affiche des valeurs approchées (d'où la présence du signe $\approx$).

Pour u_9, u_{10}, u_{11} etc., on a un affichage d'erreur. La calculatrice ne peut effectuer les calculs car ils sont trop lourds.

On observera l'aspect algorithme du calcul (démarche en boucle).

→ On peut aussi utiliser la commande Ans/Rép de la calculatrice pour effectuer les calculs de manière itérative.

$\boxed{4}$

Il s'agit d'une suite définie par récurrence.
$u_1 = 5$, $u_2 = 5$, $u_3 = 5$, …

Solution détaillée :

$$(u_n)\ \begin{cases} u_0 = 5 \\ \forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 20} \end{cases}$$

Calculons u_1, u_2, u_3.

$u_1 = u_{0+1} = \sqrt{u_0 + 20} = \sqrt{5+20} = 5$

$u_2 = u_{1+1} = \sqrt{u_1 + 20} = \sqrt{5+20} = 5$

$u_3 = u_{2+1} = \sqrt{u_2 + 20} = \sqrt{5+20} = 5$

On a une suite très intéressante car on voit que dans tous les cas, on arrive au même résultat (on tombe toujours sur le même résultat).

Remarque :

D'après le calcul des premiers termes, il semble que la suite (u_n) soit constante.
Cette conjecture est vraie mais on n'a pas les moyens de le démontrer rigoureusement en 1ère.
En première, on devra se contenter d'un raisonnement de proche en proche (voir exercice $\boxed{15}$).

$\boxed{5}$

Il s'agit d'une suite définie par récurrence.

1°) $u_1 = 4$, $u_2 = 2$, $u_3 = 4$, $u_4 = 2$…

Remarque :

On observe d'après le calcul des premiers termes que la suite est « répétitive ».
En effet, on peut démontrer comme suit que $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+2} = u_n$.

$$
\begin{aligned}
\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+2} &= 6 - u_{n+1}\\
&= 6 - (6 - u_n)\\
&= u_n
\end{aligned}
$$

On a donc : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+2} = u_n$.

On peut donc dire que la suite (u_n) est **périodique de période 2**.

2°)

$u_{100} = u_0$

$u_{100} = 2$

Tous les termes d'indice pair sont égaux à 2 ; tous les termes d'indice impair sont égaux à 4.

Solution détaillée :

$(u_n)\ \begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N} \ \ u_{n+1} = 6 - u_n \end{cases}$

1°) Calculons u_1, u_2, u_3, u_4.

$u_1 = u_{0+1} = 6 - 2 = 4$

$u_2 = u_{1+1} = 6 - 4 = 2$

$u_3 = u_{2+1} = 6 - 2 = 4$

$u_4 = u_{3+1} = 6 - 4 = 2$

2°) **Calculons u_{100}.**

On observe d'après le calcul des premiers termes que la suite est « répétitive ».

En effet, on peut démontrer comme suit que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_n$.

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} &= 6 - u_{n+1} \\ &= 6 - (6 - u_n) \\ &= u_n \end{aligned}$$

On a donc : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_n$.

On peut donc dire que la suite (u_n) est **périodique de période 2**.

On pourrait alors démontrer de proche en proche que :

pour tout entier pair *n*, on a : $u_n = 2$;

pour tout entier impair *n*, on a : $u_n = 4$.

On en déduit que $u_{100} = 2$.

$\boxed{6}$ Il s'agit d'une suite définie par récurrence.

1°) $u_1 = \frac{5}{3}$, $u_2 = 3$, $u_3 = \frac{5}{3}$, $u_4 = 3$, $u_5 = \frac{5}{3}$, $u_6 = 3$

2°)

$u_{100} = u_0$
$u_{100} = 3$

Tous les termes d'indice pair sont égaux à 3 ; tous les termes d'indice impair sont égaux à $\frac{5}{3}$.

Solution détaillée :

$(u_n)\ \begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N} \ \ u_{n+1} = \dfrac{5}{u_n} \end{cases}$

Pour pouvoir dire que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$, il faudrait avoir démontré que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \neq 0$ ce que nous ne ferons pas (cela nécessiterait de faire un raisonnement de « proche en proche »).

1°) **Calculons u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6.**

$$u_1 = \frac{5}{u_0} = \frac{5}{3}$$
$$u_2 = \frac{5}{u_1} = \frac{5}{\frac{5}{3}} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$$
$$u_3 = \frac{5}{u_2} = \frac{5}{3}$$
$$u_4 = \frac{5}{u_3} = \frac{5}{\frac{5}{3}} = 3$$
$$u_5 = \frac{5}{u_4} = \frac{5}{3}$$
$$u_6 = \frac{5}{u_5} = \frac{5}{\frac{5}{3}} = 3$$

Commentaire :

On observe un phénomène très intéressant : phénomène périodique.

La suite (u_n) est périodique de période 2.
En effet, on peut démontrer comme suit que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_n$.

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} &= \frac{5}{u_{n+1}} \\ &= \frac{5}{\frac{5}{u_n}} \\ &= u_n \end{aligned}$$

On a donc : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_n$.

On peut donc dire que la suite (u_n) est périodique de période 2.
En effet, on peut démontrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_n$.

2°) **Calculons u_{100}.**

Comme la suite (u_n) est périodique de période 2, on a : $u_0 = u_2 = u_4 = ... = u_{100}$.

Donc $u_{100} = 3$.

$\boxed{7}$

(u_n) : suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{n-1}{n}$

La suite (u_n) est définie en mode explicite.

Déterminons une fonction *f* définie sur $[1\,;+\infty[$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = f(n)$.

1ère rédaction :

Considérons la fonction f définie sur $[1\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$.

On a : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = f(n)$.

2e rédaction :

La fonction associée à la suite (u_n) est la fonction *f* définie sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$.

Commentaire :

• L'énoncé demande une fonction *f* …
En fait, il s'agit de « la » fonction naturellement associée à la suite.
• La fonction f est définie avec une variable autre que n (en général x).

$u : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$

$n \mapsto f(n) = \dfrac{n-1}{n}$

Commentaire à la suite d'une question de Juliette Desormonts 14 mars 2014 :
La fonction *f* pourrait servir à calculer les termes de la suite.
$u_1 = f(1)$, $u_2 = f(2)$ etc. où *f* est la fonction associée à la suite.

$\boxed{8}$

u : suite définie par son premier terme $u_0 = -2$ et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3}$

1°) **Déterminons la fonction f telle que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$.**

La fonction associée à la suite (u_n) est la fonction *f* définie par $f(x) = \sqrt{x+3}$ (en effet, $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$).

2°) **Calculons u_1, u_2, u_3.**

$u_1 = \sqrt{-2+3} = 1$
$u_2 = \sqrt{1+3} = 2$ (Rappel : $\sqrt{4}$ est égal à 2 et pas – 2 !)
$u_3 = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

$\boxed{9}$

$$(u_n)\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \dfrac{u_n}{4} + 1 \end{cases}$$

Il s'agit d'une suite définie par récurrence. Cette suite ne peut être définie par une formule explicite.

1°) **Déterminons la fonction f telle que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$.**

La fonction associée à la suite (u_n) est la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{x}{4} + 1$.

2°) **Calculons u_1, u_2, u_3.**

$u_1 = \dfrac{1}{2}$, $u_2 = \dfrac{9}{8}$, $u_3 = \dfrac{41}{32}$.

$u_1 = \dfrac{-2}{4} + 1$ $= -\dfrac{1}{2} + 1$ $= \dfrac{1}{2}$	$u_2 = \dfrac{\frac{1}{2}}{4} + 1$ $= \dfrac{1}{8} + 1$ $= \dfrac{9}{8}$	$u_3 = \dfrac{\frac{9}{8}}{4} + 1$ $= \dfrac{9}{32} + 1$ $= \dfrac{41}{32}$

On peut utiliser la commande « rep » de la calculatrice pour vérifier les résultats.

On peut utiliser la commande « rep » de la calculatrice pour obtenir les valeurs des termes u_1, u_2, u_3.

Conseil : Programmer le calcul des termes sur calculatrice avec une boucle « Pour » ou utiliser la calculatrice en mode « suite » pour calculer les termes.

$\boxed{10}$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \dfrac{2}{(u_n)^2 + 1}$

La suite (u_n) est définie selon le mode récurrent.
Il n'est pas possible d'arriver à la définir en mode explicite donc on effectue le calcul des termes de proche (de manière générale, il est souvent impossible d'arriver à un mode explicite à partir d'une suite définie en mode récurrent).

Calculons u_1, u_2, u_3.

1°) <u>1^{er} cas</u> : $u_0 = 0$

$u_1 = 2$, $u_2 = \frac{2}{5}$, $u_3 = \frac{50}{29}$

2°) <u>2^e cas</u> : $u_0 = 1$

$u_1 = 1$, $u_2 = 1$, $u_3 = 1$

Dans ce deuxième cas, la suite (u_n) est constante (mais on n'a pas le moyen de le démontrer en $1^{ère}$).
En première, on devra se contenter d'un raisonnement de proche en proche (voir exercice $\boxed{15}$).

On vérifie le calcul des termes avec la calculatrice mise en mode « suite ».
Attention, la calculatrice ne permet pas de définir le caractère constant de la suite dans le deuxième cas.

Cet exercice permet d'observer :
- l'influence du premier terme sur le calcul des termes de la suite pour une suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1 ;
- des propriétés d'une suite définie par une relation de récurrence (ici, le caractère constant dans le deuxième cas).

Détail des calculs (il est intéressant de faire le maximum de tête) :

1°) <u>1^{er} cas</u> : $u_0 = 0$

$$u_1 = \frac{2}{1} = 2$$

$$u_2 = \frac{2}{2^2+1} = \frac{2}{5}$$

$$u_3 = \frac{2}{\left(\frac{2}{5}\right)^2+1} = \frac{2}{\frac{4}{25}+1} = \frac{2}{\frac{4}{25}+1} = \frac{2}{\frac{41}{25}} = \frac{50}{29}$$

2°) <u>2^e cas</u> : $u_0 = 1$

$$u_1 = \frac{2}{2} = 1$$

$$u_2 = \frac{2}{1+1} = 1$$

$$u_3 = \frac{2}{1+1} = 1$$

On peut utiliser la commande « rép » de la calculatrice pour calculer les termes de la suite.
On peut aussi rentrer la suite dans la calculatrice en mode récurrent.

$\boxed{11}$ Suites définies par un procédé logique

Objectif et intérêt de l'exercice :
Traduire mathématiquement une relation exprimée en français par une phrase.

	Description du procédé permettant de passer d'un terme au suivant	**Relation donnant u_{n+1} en fonction de u_n**
1	« On multiplie par 2 et on ajoute 1 au résultat ».	$u_{n+1} = 2u_n + 1$
2	« On divise par 2 ».	$u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$
3	« On élève au carré et on enlève 2 au résultat ».	$u_{n+1} = (u_n)^2 - 2$
4	« On ajoute 1 et on élève au carré le résultat ».	$u_{n+1} = (u_n + 1)^2$
5	« On calcule l'inverse et on ajoute 3 au résultat ».	$u_{n+1} = \frac{1}{u_n} + 3$
6	« On ajoute 4 et on calcule la racine carrée du résultat ».	$u_{n+1} = \sqrt{u_n + 4}$

Les exercices $\boxed{12}$, $\boxed{13}$, $\boxed{14}$ montrent le passage dans le cadre graphique pour l'étude des suites (suites définies en mode explicite ou en mode récurrent).

12 Représentation graphique d'une suite sous forme d'un nuage de points

Dans le plan muni d'un repère, on représente une suite sous la forme de points que l'on ne relie pas (« nuage de points »).
On commence par tracer le repère.

Choix des unités :

1er cas et 2e cas : 4 cm ou 4 gros carreaux pour unité graphique en ordonnée

3e cas : 1 cm ou 1 gros carreau pour unité graphique en ordonnée.

On calcule les premiers termes de la suite (on calcule 5-6 termes).

On peut observer le nuage de points sur calculatrice : on choisit dans 2nde zoom (format) le choix Time.

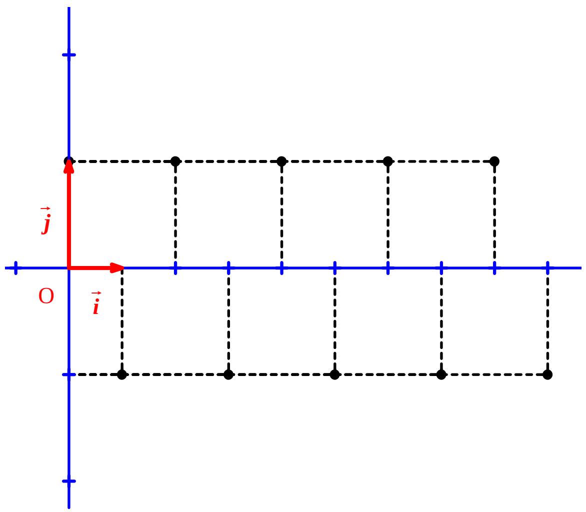
Dans chacun des cas, on ne connaît pas de fonction réelle associée à la suite.

On doit donc calculer les premiers termes pour représenter la suite.

Sur les graphiques, l'indice *n* apparaît sur l'axe des abscisses.

1er cas : suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = (-1)^n$

$u_0 = 1$
$u_1 = -1$
$u_2 = 1$
$u_3 = -1$

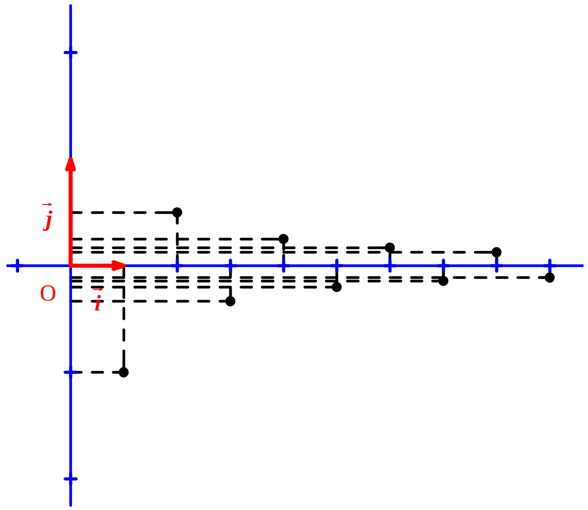


La représentation graphique de la suite (u_n) est l'ensemble des points représentés sur le graphique.

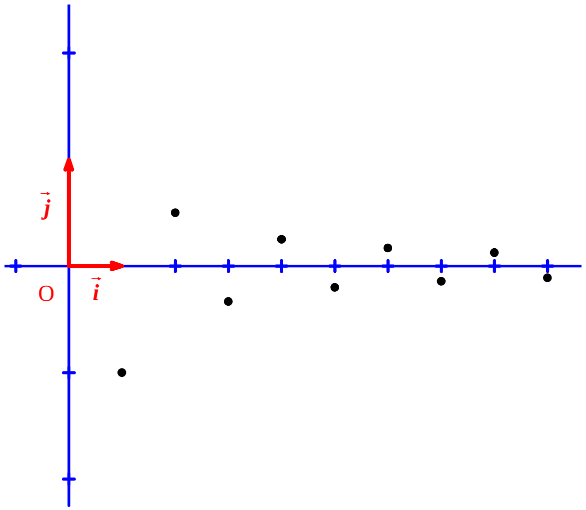
Les termes d'indice pair sont tous égaux à 1 ; les termes d'indice impair sont tous égaux à – 1.
La suite (u_n) est périodique de période 2.
On pourrait dire que « c'est sinusoïdal » avec un abus.

2e cas : suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ par $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

$u_1 = -1$
$u_2 = \dfrac{1}{2}$
$u_3 = -\dfrac{1}{3}$
Attention, u_0 n'existe pas.



On peut aussi représenter les termes de la suite sans les pointillés pour plus de lisibilité.



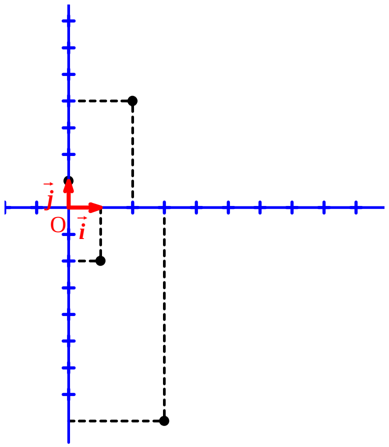
La représentation graphique de la suite (u_n) est l'ensemble des points représentés sur le graphique.

Les points représentant les termes d'indice pair sont situés sur l'hyperbole d'équation $y=\frac{1}{x}$.

Les points représentant les termes d'indice impair sont situés sur l'hyperbole d'équation $y=-\frac{1}{x}$.

Ces deux hyperboles sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses si le repère est orthogonal.
On peut dire que ces deux hyperboles admettent l'axe des abscisses pour asymptote horizontale.
On observe que les termes deviennent de plus en plus petits (proches de 0).
On observe également un comportement oscillant des termes de la suite : les termes de la suite sont alternativement positifs puis négatifs (du coup, la suite (u_n) n'est pas monotone).
On pourrait dire que « c'est sinusoïdal » avec un abus de langage.
Il pourrait être intéressant de faire apparaître ces hyperboles sur une représentation graphique.

3^e cas : suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $\forall n \in \mathbb{N}$ $\boldsymbol{u_n = (-2)^n}$



La représentation graphique de la suite (u_n) est l'ensemble des points représentés sur le graphique.

Les termes de la suite sont alternativement positifs puis négatifs.
Ils sont également de plus en plus grands en valeur absolue.

Le 18-03-2014

$\boxed{\textbf{13}}$ et $\boxed{\textbf{14}}$:

Après avoir tracé la suite, on va dans $\boxed{\text{trace}}$ puis on appuie sur la flèche de droite plusieurs fois de suite : la toile d'araignée se forme.

Réglage de la fenêtre

Dans fenêtre :
$n\text{min} = 0$
$n\text{max} = 10$
Plotstart = 1
Plotstep = 1
$\text{Xmin} = -1$
$\text{Xmax} = 10$
$\text{Xmax} = 10$
$\text{Xscl} = 1$
$\text{Ymin} = -1$
$\text{Ymax} = 10$

Ensuite, $\boxed{\text{trace}}$ et on appuie sur la flèche de droite pour faire apparaître la construction des termes.

Remarque d'Andéol de Quercize (année scolaire 2013-2014)

$\boxed{\textbf{14}}$ Pour tracer la fonction $y = x$, ne faut-il pas se mettre en mode fonction pour ensuite tracer graphiquement la suite en mode suite ?
La calculatrice trace automatiquement la suite et la droite d'équation $y = x$.
Il faut définir nMin.

$\boxed{13}$ Représentation graphique des termes d'une suite définie par récurrence

$$(u_n)\ \begin{cases} u_0 = -3 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = -2u_n - 3 \end{cases}$$

Il s'agit d'une suite définie en mode récurrent (relation de récurrence d'ordre 1).

1°) Déterminons la fonction *f* associée à la suite *u*.

La fonction associée à *u* est la fonction $f : x \mapsto -2x - 3$ (car $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n)$).

On a deux concepts mathématiques différents :
- fonction
- suite.

Cependant, il est possible d'associer une fonction à une suite définie par une relation définie par une relation de récurrence d'ordre 1.
On peut rapprocher le concept de fonction et celui de suite.

2°) Représentons graphiquement les premiers termes de la suite *u*.

On va représenter les premiers termes de la suite sans calculs.

La fonction *f* est une fonction affine donc sa représentation graphique est la droite *D* d'équation $y = -2x - 3$.

On trace la droite *D* d'équation $y = -2x - 3$.

x	0	– 4
y	– 3	5

On trace la droite Δ d'équation $y = x$.

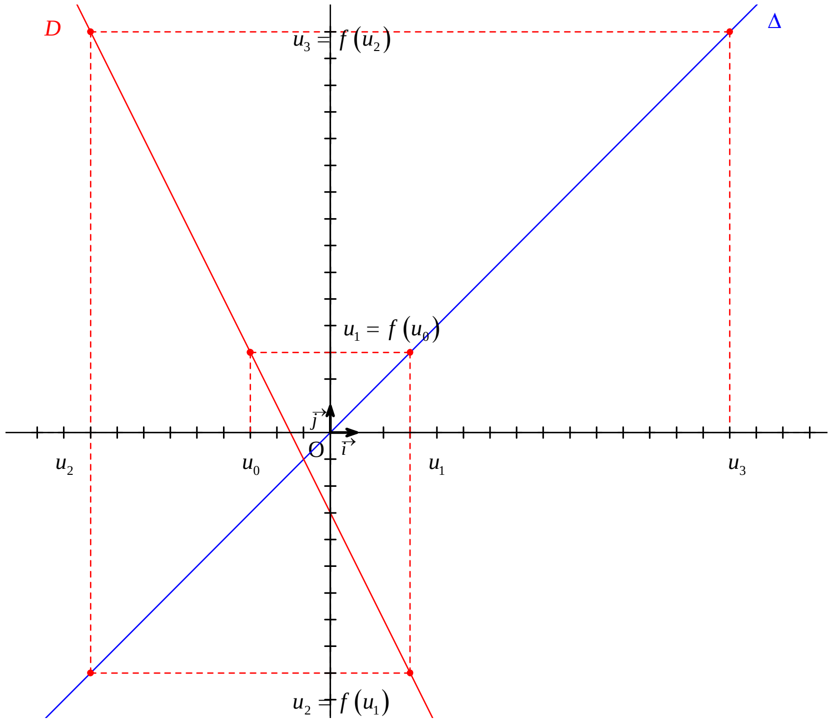
On ne calcule pas les termes.

On place $u_0 = -3$ sur l'axe des abscisses.

On remonte jusqu'à la droite *D*. L'ordonnée du point correspondant est égale à u_1 (on peut lire alors la valeur 1, mais cela n'a pas d'importance pour la suite).
La valeur de u_1 apparaît sur l'axe des ordonnées.
On utilise la droite Δ pour « redescendre » la valeur de u_1 sur l'axe des abscisses.

On effectue les tracés en pointillés au crayon à papier ou au critérium.
On obtient un escargot qui s'agrandit.

On arrive à voir les termes de la suite jusqu'à u_3.
Au-delà, ça sort de la feuille !



On peut dire que l'on « rebondit » sur la droite *D* ou sur la droite Δ.

Chaque terme (sauf le premier) est l'image du précédent par *f*.
On a : $u_1 = f(u_0)$, $u_2 = f(u_1)$ etc…

On obtient une sorte de spirale qui sort assez vite de la feuille.
Ça fait un « escargot ».

Quelques conseils :

La construction des pointillés doit se faire à la règle.

Bien mettre les valeurs de u_0, u_1, u_2, u_3 … sur l'axe des abscisses.

Cette représentation graphique permet de dégager quelques propriétés de la suite : par exemple, on voit que la suite (u_n) n'est pas monotone.

On peut lire graphiquement les premiers termes de la suite (que l'on peut aussi calculer pour vérifier).

On vérifie la construction itérative sur la calculatrice graphique.

Cette construction peut être effectuée grâce à la calculatrice.

On se place en mode « suite ».

$\boxed{f(x)}$ $\rightarrow$ $n\text{Min} = 0$

$u(n) = -2*u(n-1) - 3$

$u(n\text{Min}) = 0$

$\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{zoom}}$ (format) Choisir web ou toile

$\boxed{\text{graphe}}$ (on regarde ce qui se passe, la courbe de la fonction associée à la suite et la droite apparaissent)

$\boxed{\text{fenêtre}}$

$n\text{Min} = 0$
$n\text{Max} = 10$
$\ldots$ On ne remplit pas les petits points.
Xmin = – 20
Xmax = 20
$\ldots$
Ymin = – 20
Ymax = 20

Après $\boxed{\text{fenêtre}}$, si tout est bien, on retourne sur graphe ; ensuite, on appuie sur $\boxed{\text{trace}}$ et on fait bouger le curseur pour avoir la construction.

$\boxed{\text{graphe}}$

$\boxed{\text{trace}}$

On appuie sur le curseur (touche permettant de se déplacer vers la droite) pour faire apparaître la construction.

Dans $\boxed{f(x)}$, on rentre la suite.

$\boxed{14}$ Représentation graphique des termes d'une suite définie par récurrence

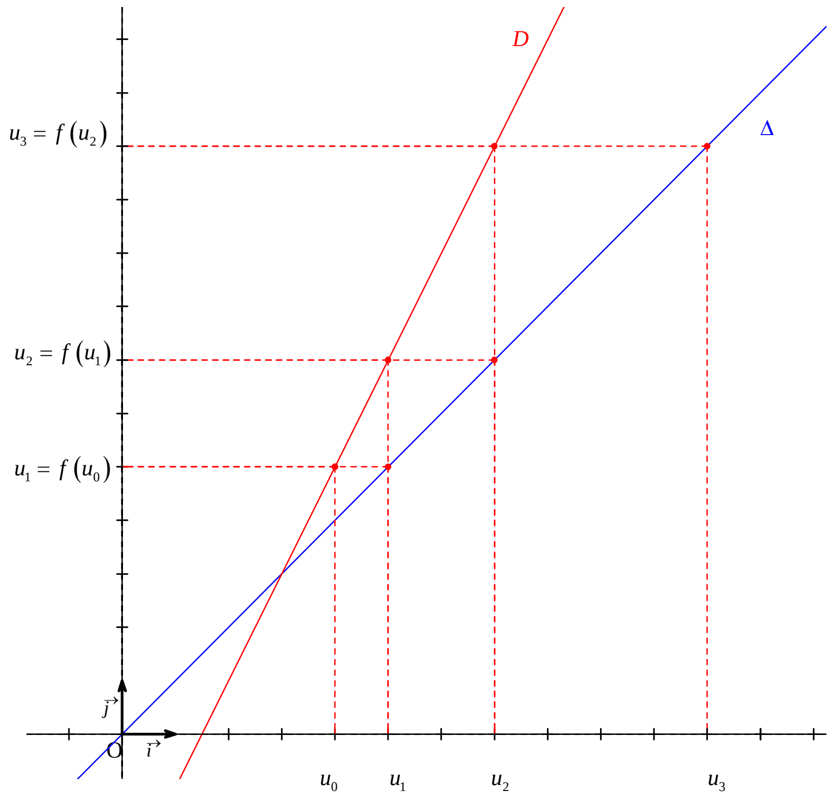
$$(u_n)\ \begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}\ \ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$$

1°) **Déterminons la fonction *f* associée à la suite *u*.**

La fonction associée à u est la fonction $f : x \mapsto 2x - 3$.

2°) **Représentons graphiquement les premiers termes de la suite *u*.**

La fonction f est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite D.



On obtient une construction en « marches d'escalier ».

Grâce à cette représentation graphique, on voit déjà que la suite (u_n) semble strictement croissante (à partir de l'indice 0).

On vérifie sur la calculatrice graphique.

$\boxed{15}$ **Initiation au raisonnement de « proche en proche »**

Cet exercice est un exercice de logique. Il est fondamental même si au premier abord on peut se demander quel est son intérêt.
Il constitue une initiation au raisonnement de « proche en proche ».
Ce raisonnement sera mis en forme de manière satisfaisante avec le « raisonnement par récurrence ».

Cet exercice nous permet de découvrir un nouveau type de raisonnement : le **raisonnement de « proche en proche »**.

On peut se demander quel est le lien avec les suites. La réponse est que le raisonnement de proche en proche sera très utilisé dans l'étude des suites.

La notion logique sous-jacente est la notion d'implication.

1°)

- Si une voiture est rouge, alors la suivante est rouge.

- Si une voiture est verte, alors la suivante est verte ou rouge, la précédente est verte (sauf si c'est la première).

2°)

- Si la trentième voiture est rouge, alors il y a au moins 71 voitures rouges.
- Si la trentième voiture est verte, alors il y a au plus 70 voitures rouges.
- Si la *n*-ième est rouge, il y a au moins $101-n$ voitures rouges.
- Si la *n*-ième est verte, il y a au plus $100-n$ voitures rouges.

Explication détaillée :

- Si la trentième voiture est rouge chaque voiture suivante l'est aussi et les précédentes peuvent être rouges ou vertes, on a donc au moins $100-29=71$ voitures rouges.

- Si la trentième voiture est verte, les précédentes sont nécessairement vertes et les suivantes sont rouges ou vertes. On a donc au plus $100-30=70$ voitures rouges.

- Si la *n*-ième voiture est rouge (avec *n* entier naturel compris entre 1 et 100) les suivantes sont nécessairement rouges et les précédentes peuvent être rouges ou vertes, on a donc au moins $101-n$ voitures rouges (on compte la *n*-ième).

- Si la *n*-ième voiture est verte, les précédentes sont nécessairement vertes et les suivantes sont vertes ou rouges, on a donc au plus $100-n$ voitures rouges.

$\boxed{16}$

$$(u_n)\ \begin{cases} u_0=1 \\ \forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}=(n+1)u_n \end{cases}$$

La suite (u_n) est définie par récurrence.
L'égalité $u_{n+1}=(n+1)u_n$ est la relation de récurrence qui définit la suite.

1°) **Écrivons une relation entre u_n et u_{n-1}.**

$\forall n\in\mathbb{N}^*\quad u_n=nu_{n-1}$

On a $\forall p\in\mathbb{N}\quad u_{p+1}=(p+1)u_p$. On écrit la relation pour $p=n-1$.

2°) **Calculons u_1, u_2, u_3.**

On utilise la relation de récurrence $u_{n+1}=(n+1)u_n$. Cette relation peut aussi s'écrire $u(n+1)=(n+1)\times u(n)$.

$u_1=1\times u_0$ (relation de récurrence pour $n=0$)

$u_2=2\times u_1=2\times 1=2$ (relation de récurrence pour $n=1$)

$u_3=3\times u_2=3\times 2=6$ (relation de récurrence pour $n=2$)

On peut rentrer la suite sur calculatrice en utilisant la relation de récurrence $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}=(n+1)u_n$ ou $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad u_n=nu_{n-1}$.

Avec la première forme, on aura : $\mathrm{u}(n+1)=(n+1)\mathrm{u}(n)$.
Avec la deuxième forme, on aura : $\mathrm{u}(n)=n\mathrm{u}(n-1)$.

3°) **Algorithme**

On utilise une boucle « Pour » car le nombre d'itérations est connu à l'avance.

Les variables sont *u* réel, *p* et *i* entiers naturels ; $p\geqslant 1$.

On se réfère à la relation de récurrence écrite $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}=(n+1)u_n$ qui donne $u_{i+1}=(i+1)u_i$.

Entrée :
Saisir p (indice final)

Initialisation :
u prend la valeur 1 (premier terme)

Traitement :
Pour i allant de 0 à $p-1$ **Faire**
| u prend la valeur $(i+1)\times u$
FinPour

Sortie :
Afficher u

Attention à bien écrire $p-1$.

On pourrait aussi se référer à la relation de récurrence écrite sous la forme $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = nu_{n-1}$.

Pour i allant de 1 à p **Faire**
| u prend la valeur $i \times u$
FinPour

On peut aussi utiliser une boucle « Tantque » mais c'est maladroit.

16

Il est plus indiqué d'utiliser une boucle « Pour » car le nombre d'itérations est connu à l'avance.

Avec une boucle « Pour », on n'aurait qu'une seule ligne.

$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = n!$

Cela se lit « factorielle de *n* » ou « *n* factorielle » (moins bien).

Pour $n \geqslant 1$, $n! = 1 \times 2 \times 3 \times ... \times n$.

On convient de poser $0! = 1$.

17

u : suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme u_0 et la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 2u_n - 1$

Solution détaillée :

Écrivons un algorithme qui permet de donner en entrée la valeur de u_0 et la valeur d'un entier naturel $p \geqslant 1$ et qui affiche en sortie la valeur de u_p.

On veut donner le terme initial de la suite et l'indice (le rang) dont on veut la valeur du terme de la suite.

Entrée :
Saisir u (valeur du premier terme)
Saisir p (indice du terme en sortie)

Traitement :
Pour i allant de 0 à $p-1$ **Faire**
| u prend la valeur $2u-1$
FinPour

Sortie :
Afficher u

17

Une boucle « Pour » est plus indiquée car on connaît le nombre d'itérations.

Rédaction de l'algorithme en langage naturel :

On utilise deux variables : *u* et *p* (pas de lettres avec des indices).
La variable *u* est réelle ; la variable *p* est un entier naturel supérieure ou égale à 1.

On peut le faire tourner « à la main » en choisissant une valeur de u_0 (par exemple 4) et une valeur de *p*.

18

On peut lire en anglais.

On notera que cette suite ne sert à rien.

Il n'est pas possible d'exprimer le terme général en fonction de *n*.

1°) La règle de construction de la suite considérée dans l'exercice est d'épeler à voix haute le nombre de fois le chiffre présent dans le résultat et ainsi écrire les nombres au fur et à mesure que l'on avance.

Exemple : 1211
On a 1 fois 1, 1 fois 2 et 2 fois 1 donc « 111221 ».

2°) 1113213211 en suivant la règle de construction du 1°) on peut donc en déduire les trois termes suivants :

31131211131221

13211311123113112211

11131221133112132113212221

La suite « Look and say sequence » est une suite créée par Conway. Cette suite consiste à ce que le deuxième terme lise le premier. Ainsi 11 ne se lit pas « onze » mais « un un ». Donc le terme suivant lit toujours le terme précédent.
Cette suite comporte plusieurs caractéristiques :
- tous les termes comportent un nombre de chiffres pairs excepté le premier ;
- les termes de rang pair se terminent par 21 et les termes de rang impair par 11 excepté le premier ;
- il n'y aura aucun chiffre supérieur à 3.

19 **Suite de Syracuse**

Le vendredi 30 mars 2018

18 → 9 → 28 → 14 → 7 → 22 →11 → 34 → 17 → 52 → 26 → 13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1 → 4 → 2 → 1

On observe une curiosité non expliquée à ce jour à savoir que quel que soit le nombre choisi au départ, après un rang on obtient la séquence 4 → 2 → 1 → 4 → 2 → 1.

Modélisation sous la forme d'une suite.
Fonction de Syracuse.
Programmation.

20

$\forall n \geqslant 1 \ \ u_n = n$-ième chiffre après la virgule de l'écriture décimale de $\sqrt{2}$

u est une suite définie en compréhension.

Attention, $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.

La calculatrice fournit $\sqrt{2} = 1,4142135623...$.

On a donc $u_1 = 4$, $u_2 = 1$, $u_3 = 4$ …

Il n'est pas possible de donner l'expression explicite de u_n en fonction de n.

Classification des exercices par compétences

Les exercices de ce chapitre tournent essentiellement sur le calcul des termes d'une suite définie de manière explicite ou par récurrence, les calculs sur les indices, la représentation graphique des termes d'une suite définie par récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

Autour de cela, les exercices ont pour but de familiariser l'élève avec le vocabulaire usuel des suites : terme, terme général, indice…

Compétences	Exercices
Calculer les termes d'une suite définie de manière explicite	**1** et **2**
Calculer les termes d'une suite définie par récurrence	**3** à **9**
Déterminer la fonction associée à une suite définie en mode explicite	**e**
Déterminer la fonction associée à une suite définie en mode récurrent	**e**
Calculer avec les indices (calcul littéral)	**1** et **2**
Représenter les termes d'une suite définie en mode explicite dans le plan muni d'un repère Observation d'un nuage de points sur calculatrice	**12**
Représenter graphiquement les termes d'une suite définie par récurrence	**10** et **11**