

# 1<sup>ère</sup> S Exercices sur les suites arithmétiques (1)

**1** Les nombres  $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}$ , forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

**2** Les nombres  $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, -\frac{2}{3}$  forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

**3** Les nombres  $1, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}$  forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

**4** Recopier et compléter les phrases :

1°) « Les entiers naturels impairs forment une suite arithmétique de premier terme ..... et de raison ... ».

2°) « Les entiers naturels forment une suite arithmétique de premier terme ..... et de raison ... ».

**5** 1°) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 8$  et de raison  $r = -3$ . Calculer  $u_{42}$ .

2°) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -6$  et de raison  $r = 1,3$ . Calculer  $u_{26}$ .

3°) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 0,5$  et de raison  $r = 2$ . Calculer  $u_{30}$ .

**6** Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = -2$ .

1°) Écrire  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

2°) On suppose que le premier terme est  $u_0 = 15$ .

Écrire  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**7** Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -10$  et de raison  $r = 2$ .

Calculer le cinquième terme et le vingtième terme.

**8** Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -2$  et de raison  $r = 5$ .

Calculer  $n$  tel que  $u_n = 1998$ .

**9** Calculer  $a$  tel que les nombres  $-4, a, 6$  forment dans cet ordre une suite arithmétique.

**10** Une société décide d'augmenter le salaire de ses employés à raison de 9 € par an.

On note  $u_n$  le salaire perçu au bout de  $n$  années pour un employé qui gagne initialement 10 000 € par an.

1°) Recopier et compléter la phrase :

«  $(u_n)$  est une suite ..... de premier terme  $u_0 = \dots\dots\dots$  et de raison  $r = \dots\dots\dots$  »

2°) Écrire  $u_n$  en fonction de  $n$ . La seule lettre acceptée dans l'expression est  $n$ .

3°) Calculer le salaire au bout de 10 ans.

**11** Une société fabrique 6 000 unités par an en 1997.

La direction prévoit pour les années à venir une augmentation de 250 unités par an.

On note  $u_n$  le nombre d'unités produites au bout de  $n$  années.

1°) Recopier et compléter la phrase :

«  $(u_n)$  est une suite ..... de premier terme  $u_0 = \dots\dots\dots$  et de raison  $r = \dots\dots\dots$  »

2°) Calculer le nombre d'unités au bout de 6 ans.

**12** Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_0 = 5,1$  et  $u_1 = 2,7$ .

Calculer la raison  $r$  et  $u_{10}$ .

**13** On place un capital de 7 000 € à 7 % par an avec intérêt simple (c'est-à-dire que tous les ans, on a un intérêt constant qui vaut 7 % de 7 000).

Calculer la valeur acquise au bout de 15 ans.

**14** Un capital de 6 000 € est placé au taux annuel de 15 % avec intérêt simple.

1°) Calculer la valeur acquise au bout de 12 années.

2°) Combien de temps faut-il placer le capital pour que sa valeur acquise soit de 15 000 € ?

**15** Deux capitaux sont placés le même jour :

- le premier de 7 000 € est placé à intérêt simple au taux de 12 % par an ;

- le deuxième de 7 400 € est placé à intérêt simple au taux de 10 % par an.

Quelle doit être la durée du placement pour que ces deux capitaux aient la même valeur acquise ?

Quelle est alors leur valeur commune ?

**16** 1°) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = -10$  et de raison  $r = 0,5$ . Calculer  $u_{10}$ .

2°) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 4$  et de raison  $r = \frac{3}{2}$ . Calculer  $u_{20}$ .

**17** Représenter graphiquement dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les termes de la suite  $(u_n)$

arithmétique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $r = 2$ .

Prendre un centimètre ou un gros carreau pour unité graphique (sur un quart de page ou plus).

# Corrigé

## Reconnaissance de suites arithmétiques

Il y a deux cas :

- reconnaissance pour un nombre fini de termes
- reconnaissance pour un nombre infini de termes

Pour un nombre fini de nombres :

- Lorsque l'on a 3 nombres, on effectue 2 différences.  
Lorsque l'on a 4 nombres, on effectue 3 différences.
- Si les deux premiers calculs ne sont pas égaux, on s'arrête.

Lorsque toutes les différences sont égales, les nombres forment bien une progression arithmétique.  
Lorsque deux différences ne sont pas égales, les nombres ne forment pas une progression arithmétique.

Ce genre d'exercice permet d'aborder le problème de l'infini (caractère fini ou infini d'une suite arithmétique).

### 1 Solution détaillée :

Déterminons si les nombres  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ , 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique.

Le 19-3-2021

Cours particulier avec Maxime Da Silva (1<sup>ère</sup> spé)

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{4} \quad 2$$

« gestes » pour montrer les différences à calculer

On peut placer ces nombres sur un axe (« droite réelle »).

Il faut vraiment avoir l'image mentale d'une suite arithmétique par des points sur un axe régulièrement espacés.

On utilise le « test des différences ».

Méthode dégagée le 20-1-2017 lors de la correction avec les élèves de 1<sup>ère</sup> S 1 :

On les prend 2 à 2.  
On les soustrait mais dans le même ordre et on regarde si on a toujours le même résultat.

Il y a 2 différences à calculer.

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$
$$2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

On obtient le même résultat :  $\frac{3}{4}$ .

On en déduit que les nombres  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ , 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison  $\frac{3}{4}$ .

On parle parfois de « progression arithmétique ».

**N.B. :** On ne répond jamais à une question par « oui » ou par « non ».

« Oui, les nombres  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ , 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison  $\frac{3}{4}$ . » n'est pas une réponse satisfaisante.

**Intérêt de cet exercice :** calcul sur les fractions (sans calculatrice)

On rédige ainsi : « Les deux différences sont égales donc les nombres ... forment une suite arithmétique de raison .... ».

**Autre façon :**

On peut écrire les deux premières fractions sous forme décimale :  $\frac{1}{2} = 0,5$  ;  $\frac{5}{4} = 1,25$ .

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{5}{4} = 1,25$$

2

Les nombres  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ , 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison 0,75 (on ajoute 0,75 à chaque fois ; la raison est 0,75 ou  $\frac{3}{4}$ ).

Dans le contrôle du 10-2-2016, Louis Méraud avait écrit : « Leurs *écarts* sont égaux donc les nombres ... ».

Mieux vaut éviter de parler d'écart. En effet, le mot « écart » signifie « distance ». Ici, il s'agit de *différence*.

### 2 Solution détaillée :

Déterminons si les nombres  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{6}$ ,  $-\frac{2}{3}$  forment dans cet ordre une suite arithmétique.

On utilise le « test des différences ».

Il y a trois différences à calculer.

$$\frac{1}{3} - \frac{5}{6} = \frac{2-5}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{-1-2}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{-4+1}{6} = -\frac{1}{2}$$

**Conclusion :**

Les trois différences sont égales.

**On en déduit que les nombres  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{6}$ ,  $-\frac{2}{3}$  forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison**

$$-\frac{1}{2}.$$

**3** Solution détaillée :

**Déterminons si les nombres  $1$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$  forment dans cet ordre une suite arithmétique.**

Même s'il ne s'agit pas d'une suite arithmétique, il est demandé de justifier.  
Peut-être aurais-je dû le mettre dans l'énoncé.

On doit vraiment conserver l'ordre des trois fractions ; il n'y a pas à les remettre dans l'ordre croissant.

**1<sup>ère</sup> méthode :** sans calcul

Les nombres proposés (en respectant l'ordre donné) ne sont rangés ni dans l'ordre croissant ni dans l'ordre décroissant.

Ils ne forment donc pas dans cet ordre une suite arithmétique

**2<sup>e</sup> méthode :** avec calculs

On applique la méthode des différences : on calcule la différence du second moins le premier, du troisième moins le deuxième.

$$\frac{1}{3} - 1 = \frac{1-3}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$1 \neq -\frac{2}{3}$$

**Conclusion :**

**Les deux différences ne sont pas égales donc les nombres  $1$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$  ne forment pas dans cet ordre une suite arithmétique.**

(ou : la suite des nombres  $1$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$  n'est pas arithmétique car les différences ne sont pas égales)

**Remarque :**

On pouvait observer très facilement que les trois nombres  $1$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$  ne sont rangés ni dans l'ordre croissant ni dans l'ordre décroissant, ce qui permet dire immédiatement, sans calcul qu'ils ne forment pas dans cet ordre une suite arithmétique.

**4** Reconnaissance de suites arithmétiques (phrases à compléter)

1°) Les entiers naturels impairs (1, 3, 5, 7, 9 ...) forment une suite arithmétique de premier terme **1** et de raison **2**.

2°) Les entiers naturels forment une suite arithmétique de premier terme **0** et de raison **1**.

**5** Calculs de termes d'une suite arithmétique

On utilise dans chaque cas la formule explicite pour le calcul des termes d'une suite arithmétique.

1°) **Calculons  $u_{42}$ .**

D'après la formule du cours,

$$\begin{aligned} u_{42} &= u_0 + 42 \times r \\ &= 8 + 42 \times (-3) \\ &\quad \text{priorité opératoire} \\ &\quad \text{les parenthèses autour de } -3 \text{ sont obligatoires (sinon ça ne veut rien dire)} \\ &= -118 \end{aligned}$$

2°) **Calculons  $u_{26}$ .**

$$\begin{aligned} u_{26} &= u_0 + 26 \times r \\ &= -6 + 26 \times 1,3 \\ &= 27,8 \end{aligned}$$

3°) **Calculons  $u_{30}$ .**

$$\begin{aligned} u_{30} &= u_0 + 30 \times r \\ &= 0,5 + 30 \times 2 \\ &= 60,5 \end{aligned}$$

**Solution détaillée :**

On applique la formule :  $u_n = u_0 + nr$ .

$\begin{aligned} 1^\circ) \quad u_0 &= 8 \text{ et } r = -3 \\ u_{42} &= u_0 + 42 \times r \\ &= 8 + 42 \times (-3) \\ &= -118 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 2^\circ) \quad u_0 &= -6 \text{ et } r = 1,3 \\ u_{26} &= u_0 + 26 \times r \\ &= -6 + 26 \times 1,3 \\ &= 27,8 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 3^\circ) \quad u_0 &= 0,5 \text{ et } r = 1,3 \\ u_{30} &= u_0 + 30 \times r \\ &= 0,5 + 30 \times 2 \\ &= 60,5 \end{aligned}$
---	---	---

**6 Solution détaillée :**

$(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 15$  et de raison  $r = -2$

1°) **Écrivons  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .**

On sait que  $u_{n+1} = u_n + r$ .

On peut donc écrire  $u_{n+1} = u_n + (-2)$  soit  $u_{n+1} = u_n - 2$  (il n'y a rien à calculer).

C'est ce que l'on appelle une *relation de récurrence*.

2°) **Écrivons  $u_n$  en fonction de  $n$ .**

$$u_n = 15 - 2n$$

On utilise la variable  $n$ .

**7 Solution détaillée :**

$(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -10$  et de raison  $r = 2$

**Calculons le cinquième terme (c'est-à-dire  $u_4$ ) et le vingtième terme (c'est-à-dire  $u_{19}$ ).**

Comme la suite commence à  $u_0$ , le cinquième terme est égal à  $u_4$  et le vingtième terme est égal à  $u_{19}$ .

$\begin{aligned} u_4 &= u_0 + 4r \\ &= -10 + 2 \times 4 \\ &= -2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} u_{19} &= u_0 + 19r \\ &= -10 + 2 \times 19 \\ &= 28 \end{aligned}$
---	--

**Conclusion :**  $u_4 = -2$  ;  $u_{19} = 28$

**Retenir :**

Le premier terme de la suite est  $u_0$  donc le cinquième terme est  $u_4$  et le vingtième terme est  $u_{19}$ .

**8 Solution détaillée :**

$(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -2$  et de raison  $r = 5$

**Calculons l'entier naturel  $n$  tel que  $u_n = 1998$ .**

On sait que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 + r \times n$  donc  $u_n = -2 + 5n$ .

On cherche  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $-2 + 5n = 1998$  (1).

On demande de calculer  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $u_n = 1998$ .

(1) est successivement équivalente à

$$\begin{aligned} 5n &= 1998 + 2 \\ 5n &= 2000 \\ n &= \frac{2000}{5} \\ n &= 400 \end{aligned}$$

**9 Solution détaillée :**

**Calculons  $a$  tel que les nombres  $-4, a, 6$  forment dans cet ordre une suite arithmétique.**

On utilise la propriété des différences :

$-4, a, 6$  forment dans cet ordre une suite arithmétique si et seulement si  $a - (-4) = 6 - a$  (1).

(1) est successivement équivalente à

$$\begin{aligned} a + 4 &= 6 - a \\ 2a &= 6 - 4 \\ 2a &= 2 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

**Conclusion :** Les nombres  $-4, a, 6$  forment dans cet ordre une suite arithmétique pour  $a = 1$ .

On peut aussi utiliser une méthode qui sera vue plus tard : propriété des « progressions arithmétiques » qui apparaît très simplement en représentant trois termes consécutifs d'une suite arithmétique : le deuxième terme est le « milieu » du premier et du troisième terme.

$$\begin{aligned} a &= \frac{6 - 4}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les exercices **10** et **11** puis **13**, **14**, **15** constituent une application concrète des suites arithmétiques.

Le recours aux suites arithmétiques permet de modéliser aisément des situations d'évolution.

**10** Solution détaillée :

## 1°) Phrase à compléter :

$(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 10000$  et de raison  $r = 9$ .

2°) Écrivons  $u_n$  en fonction de  $n$ .

On utilise la formule générale pour une suites arithmétique :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 + nr$ .

$$u_n = 10000 + 9n$$

## 3°) Calculons le salaire au bout de 10 ans.

$$\begin{aligned} u_{10} &= 10000 + 9 \times 10 \\ &= 10090 \end{aligned}$$

**Le salaire au bout de 10 ans est égal à 10 090 €**

**11** Solution détaillée :

## 1°) Phrase à compléter

$(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 6000$  et de raison  $r = 250$ .

## 2°) Calculons le nombre d'unités au bout de 6 ans.

$$\begin{aligned} u_6 &= 6000 + 250 \times 6 \\ &= 7500 \end{aligned}$$

**Le nombre d'unités au bout de 6 ans est de 7 500.**

**12**  $(u_n)$  : suite arithmétique telle que  $u_0 = 5,1$  et  $u_1 = 2,7$

Calculons la raison  $r$  et  $u_{10}$ .

$u_0$  et  $u_1$  sont deux termes consécutifs de la suite  $(u_n)$ .

On a donc :

$$\begin{aligned} r &= u_1 - u_0 \\ &= 2,7 - 5,1 \\ &= -2,4 \quad (\text{calcul mental}) \end{aligned}$$

On peut aussi utiliser la formule  $u_n = u_0 + nr$  en écrivant  $u_1 = u_0 + 1 \times r$  soit  $2,7 = 3,1 + r$  d'où  $r = 2,7 - 3,1$ .

$$\begin{aligned} u_{10} &= u_0 + 10 \times r && (\text{on se réfère à la formule } u_n = u_0 + nr) \\ &= 5,1 + 10 \times (-2,4) \\ &= -18,9 \end{aligned}$$

**Conclusion :  $r = -2,4$  et  $u_{10} = -18,9$**

**13** Intérêt annuel de 490 €

Ça n'existe pas dans la vraie vie.

L'intérêt est toujours calculé sur la somme de départ. On verra dans le chapitre suivant le cas où l'intérêt « s'adapte » sur la valeur d'avant (cas des intérêts composés qui donneront lieu aux suites géométriques).

$$u_{15} = 14\,350$$

La valeur acquise par le capital au bout de 15 ans est égale à 14 350 €

## Solution détaillée :

On note  $u_n$  la valeur acquise en euros par le capital au bout de  $n$  années.

On doit commencer par définir une suite (« On note  $u_n \dots$  »).

On démontre ensuite que c'est une suite arithmétique dont on donnera les caractéristiques.

$$\frac{7}{100} \times 7000 = 490 \quad (\text{intérêt qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année})$$

490 €: intérêt annuel

Chaque année l'intérêt de 490 € s'ajoute à la valeur acquise par le capital l'année précédente.

Donc chaque terme (sauf le premier) en ajoutant 490 au précédent (ce que l'on peut traduire en écrivant la relation  $u_{n+1} = u_n + 490$ ).

Par conséquent,  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 7\,000$  et de raison  $r = 490$ .

## Calculons la valeur acquise au bout de 15 ans.

Calculons  $u_{15}$ .

$$\begin{aligned} u_{15} &= u_0 + 15r \\ &= 7000 + 490 \times 15 \\ &= 14350 \end{aligned}$$

**Conclusion : La valeur acquise par le capital au bout de 15 ans est égale à 14 350 €**

**Remarque sur la forme pour le calcul de l'intérêt annuel :**

On évite de faire un calcul et d'ajouter une unité à la fin du calcul comme dans l'exemple ci-dessous.

$$\text{Intérêt annuel : } \frac{7}{100} \times 7000 = 490 \text{ €}$$

**14** 1°) 16 800 €; 2°)  $n = 10$

**Solution détaillée :**

On note  $u_n$  la valeur acquise en euros par le capital au bout de  $n$  années.

$$\frac{15}{100} \times 6\,000 = 900 \text{ (intérêt de 900 € qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année)}$$

900 €: intérêt annuel

$(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 6\,000$  et de raison  $r = 900$

1°) **Calculons la valeur acquise au bout de 12 ans.**

Calculons  $u_{12}$ .

$$\begin{aligned} u_{12} &= u_0 + 12r \\ &= 6000 + 900 \times 12 \\ &= 16800 \end{aligned}$$

**Conclusion : La valeur acquise par le capital au bout de 12 ans est égale à 16 800 €**

2°) **Déterminons combien de temps il faut placer le capital pour que sa valeur acquise soit de 15 000 €**

On cherche  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $u_n = 15000$  (1).

(1) est successivement équivalente à :

$$\begin{aligned} 6000 + 900n &= 15000 \\ 900n &= 9000 \\ n &= 10 \end{aligned}$$

**Conclusion : Il faut placer le capital pendant 10 ans pour que sa valeur acquise soit de 15 000 €**

**Remarque sur la forme pour le calcul de l'intérêt annuel dans la question 1°) :**

On évite de faire un calcul et d'ajouter une unité à la fin du calcul.

$$\text{On évite d'écrire : } \frac{15}{100} \times 6000 = 900 \text{ €(intérêt annuel)}$$

**15** **Solution détaillée :**

*Il s'agit d'un exercice de comparaison de deux placements.*

Premier capital : 7 000 € au départ placé à intérêt simple au taux de 12 % par an.

Deuxième capital : 7 400 € au départ placé à intérêt simple au taux de 10 % par an.

On cherche :

- la durée du placement pour que ces deux capitaux aient la même valeur acquise ;
- leur valeur commune.

On modélise la situation à l'aide de suites.

On a deux suites arithmétiques  $(u_n)$  et  $(v_n)$  différentes et deux raisons différentes.

Ces deux suites sont différentes car les capitaux de départ sont différents et les taux d'intérêt sont différents.

**On note  $u_n$  la valeur acquise en euros par le premier capital au bout de  $n$  années.**

$$\frac{12}{100} \times 7\,000 = 840 \text{ (840 €: intérêt qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année)}$$

$(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 7\,000$  et de raison  $r = 840$ .

$$\text{Donc } u_n = 7\,000 + 840n.$$

**On note  $v_n$  la valeur acquise en euros par le deuxième capital au bout de  $n$  années.**

$$\frac{10}{100} \times 7\,400 = 740 \text{ (740 €: intérêt qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année)}$$

$(v_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $v_0 = 7\,400$  et de raison  $r' = 740$ .

$$\text{Donc } v_n = 7400 + 740n.$$

**Capital 1 :** 840 €(intérêt annuel)

**Capital 2 :** 740 €(intérêt annuel)

**On cherche  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $u_n = v_n$ .**

On est donc amené à résoudre l'équation :  $7\,000 + 840n = 7\,400 + 740n$  (1).

(1) est successivement équivalente à :

$$840n - 740n = 7\,400 - 7\,000$$

$$100n = 400$$

$$n = \frac{400}{100}$$

$$n = 4$$

**Il faut donc placer les deux capitaux 4 ans pour qu'ils aient la même valeur acquise.**

$$u_4 = 7000 + 840 \times 4 = 10\,360$$

(On peut aussi calculer  $v_4$  ; on trouve le même résultat ce qui confirme la valeur de  $n$  trouvée par le calcul).

**La valeur acquise par les deux capitaux au bout de 4 ans est de 10 360 €**

**Remarque sur la forme pour le calcul des intérêts annuels :**

On évite de faire un calcul et d'ajouter une unité à la fin du calcul.

On évite d'écrire :

$$\frac{12}{100} \times 7\,000 = 840 \text{ €}$$

$$\frac{10}{100} \times 7\,400 = 740 \text{ €}$$

**16** Attention, les deux suites commencent toutes les deux à partir de l'indice 1.

**Solution détaillée :**

On applique la formule  $u_n = u_1 + (n-1) \times r$ .

1°)  $(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_1 = -10$  et de raison  $r = 0,5$

Calculons  $u_{10}$ .

$$u_2 = u_1 + r$$

$$u_3 = u_1 + 2r$$

$$u_4 = u_1 + 3r$$

On ne va pas aller jusqu'à  $u_{10}$  ...

$$u_{10} = u_1 + (10-1) \times r \quad (\text{Lorsque l'on se base sur } u_1 \text{ on doit enlever 1 à la formule pour revenir au nombre } u_0)$$

$$= u_1 + 9r$$

$$= -10 + 9 \times 0,5$$

$$= -10 + 4,5$$

$$= -5,5$$

2°)  $(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 4$  et de raison  $r = \frac{3}{2}$

Calculons  $u_{20}$ .

$$u_{20} = u_1 + (20-1) \times r$$

$$= u_1 + 19r$$

$$= 4 + 19 \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{8 + 57}{2}$$

$$= \frac{65}{2}$$

$$= 32,5$$

**17** Représentation graphique d'une suite arithmétique

$(u_n)$  : suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $r = 2$

On calcule les premiers termes de la suite. On place les points correspondants dans un repère.

Les indices sont portés sur l'axe des abscisses ; les valeurs de  $u_n$  figurent sur l'axe des ordonnées.

La suite  $(u_n)$  est représentée graphiquement par un « nuage » de points alignés (la représentation graphique d'une suite arithmétique n'est pas une droite ; c'est un « nuage » de points).

**Calcul des premiers termes** (de proche en proche, en revenant à la définition : on ajoute toujours la raison à chaque terme...) :

$$u_0 = 3$$

$$u_1 = u_0 + r = 3 + 2 = 5$$

$$u_2 = u_1 + r = 5 + 2 = 7$$

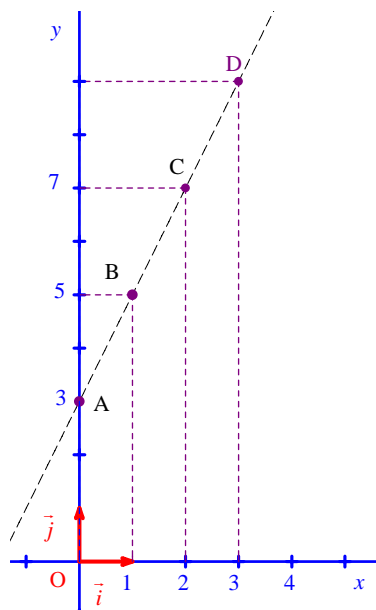
$$u_3 = u_2 + r = 7 + 2 = 9$$

$$u_4 = u_3 + r = 9 + 2 = 11$$

On place les points de coordonnées (0 ; 3), (1 ; 5), (2 ; 7), (3 ; 9), (4 ; 11)...

Ces points sont alignés sur une même droite.

Les points de la représentation graphique de la suite  $(u_n)$  sont alignés sur la droite d'équation  $y = 2x + 3$  (cette droite est la représentation graphique de la fonction affine  $f : x \mapsto 2x + 3$ ).



On obtient un **nuage de points**.

On peut aussi utiliser la formule générale pour le calcul des termes :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 + 2n \quad (u_n = u_0 + nr)$ .

On peut remarquer que  $u_{-1}$  n'existe pas : les indices de la suite sont des entiers naturels.

Compétences et savoir-faire sur les suites arithmétiques
Connaître les deux modes de représentation graphiques d'une suite arithmétique (sur un axe et dans le plan)
Savoir trouver une valeur seuil par calcul



Mettre un exercice avec des nombres qui ne forment pas une suite arithmétique.

Représenter les termes d'une suite arithmétique sur un axe.

**Le 17-4-2015**

Ex. sur suites arithmétiques (1)

**1**, **2**, **3** : Justifier dans tous les cas, que la suite soit arithmétique ou non.