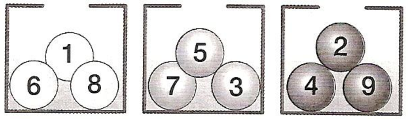
1ère S1

Devoir pour le jeudi 2 février 2012

I. Le paradoxe de Condorcet

Alice, Bernard et Claude disposent chacun d'une urne contenant trois boules numérotées.



Alice Bernard Claude

Les joueurs se rencontrent deux par deux : chacun tire au hasard une boule de son urne. Le gagnant est celui qui a obtenu le numéro le plus grand.

1°) **Alice contre Bernard**

On a croisé, dans un tableau, les issues possibles du tirage d'Alice et du tirage de Bernard.
On a obtenu 9 couples équiprobables, auxquels on a associé un gagnant.

A \ B	**3**	**5**	**7**
1	(1, 3) B	(1, 5) B	(1, 7) B
6	(6, 3) A	(6, 5) A	(6, 7) B
8	(8, 3) A	(8, 5) A	(8, 7) A

Quelle est la probabilité qu'Alice l'emporte sur Bernard ?

2°) **Bernard contre Claude**

L'étude des chances de gain de Bernard et de Claude lorsqu'ils se rencontrent, est donnée par ce second tableau.

B \ C	**2**	**4**	**9**
3	(3, 2) B	(3, 4) C	(3, 9) C
5	(5, 2) B	(5, 4) B	(5, 9) C
7	(7, 2) B	(7, 4) B	(7, 9) C

Quelle est la probabilité que Bernard l'emporte sur Claude ?

3°) **Alice contre Claude**

a) **Conjecture**

À partir des résultats précédents, que peut-on penser – *a priori* – des chances de gagner respectives d'Alice et de Claude lors d'une rencontre ?
Que peut-on attendre de la probabilité qu'Alice l'emporte sur Claude ?

b) **Démonstration**

Construire le tableau, semblable aux précédents, illustrant une rencontre entre Alice et Claude.
Qu'obtient-on comme probabilité de victoire d'Alice sur Claude ? En quoi la situation révèle-t-elle ici un paradoxe ? Proposer une explication.

Information :
Il paraît rationnel de considérer que si A prend le plus souvent l'ascendant sur B, et B sur C, c'est A qui l'emportera sur C avec les plus grandes chances.
Le marquis de Condorcet (1743-1792) a prouvé qu'on ne pouvait pas ainsi « ordonner les préférences ». La situation précédente vient illustrer ce que l'on appelle **« le paradoxe de Condorcet »**.

II. Le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Déterminer l'ensemble *E* des points M(x, y) du plan tels que $\left(x+y\right)^2 = x^2 + y^2$.

2°) Déterminer l'ensemble *F* des points M(x, y) du plan tels que $\left(x+y\right)^3 = x^3 + y^3$.

Aide à la rédaction pour les ensembles *E* et *F*

• *On rédigera la recherche en utilisant une « chaîne » d'équivalences sur le modèle suivant :*

Soit M(x, y) un point quelconque du plan.

M $\in$ *E* si et seulement si …………………….

si et seulement si …………………….

si et seulement si …………………….

• *On conclura ainsi :*

« L'ensemble *E* est …………………………………………………….. ».

III. On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^4}{4} - 2x$ définie sur $\mathbb{R}$.

1°) Calculer $f'(x)$.

2°) Déterminer la valeur de x telle que $f'(x) = 0$ (valeur exacte).

3°) Faire un tableau comprenant l'étude du signe de $f'(x)$ et les variations de f.

4°) Calculer la valeur exacte de l'extremum m et compléter le tableau de variation de la question précédente avec cette valeur.

À l'aide de la calculatrice, donner la valeur décimale arrondie au centième de m.

Conseils

I. Cet exercice ne doit pas prendre beaucoup de place dans la copie.

III. Les tableaux de variations doivent être faits à la règle ainsi que les flèches de variations.