

**I.** Soit  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs premiers entre eux.

1°) Démontrer que  $a$  est premier avec  $a + b$  et que  $b$  est premier avec  $a + b$ .

2°) En déduire que  $ab$  est premier avec  $a + b$ .

---

**II.** On pose  $M = 9n + 1$  et  $N = 9n - 1$  où  $n$  désigne un entier naturel non nul.

1°) On suppose que  $n$  est pair.

- a) Déterminer la parité de  $M$  et  $N$ .
- b) Déterminer le PGCD de  $M$  et  $N$ .

2°) On suppose que  $n$  est impair.

- a) Déterminer la parité de  $M$  et  $N$ .
- b) Déterminer le PGCD de  $M$  et  $N$ .

3°) En utilisant les questions précédentes, démontrer que  $81n^2 - 1$  est divisible par 4 si et seulement si  $n$  est impair.