Fiche sur l'ordre

1. Généralités

$\mathbb{R}_+$: ensemble des réels positifs ou nuls

$\mathbb{R}_-$: ensemble des réels négatifs ou nuls

$\mathbb{R}_+^*$: ensemble des réels strictement positifs

$\mathbb{R}_-^*$: ensemble des réels strictement négatifs

$\mathbb{R}^*$: ensemble des réels non nuls

$x \in \mathbb{R}_+$ signifie que $x \geqslant 0$

$x \in \mathbb{R}_+^*$ signifie que $x > 0$

$x \in \mathbb{R}^*$ signifie que $x \neq 0$

etc.

$a \geqslant b$ signifie que $a - b \in \mathbb{R}_+$ (c'est-à-dire $a - b \geqslant 0$)

$a > b$ signifie que $a - b \in \mathbb{R}_+^*$ (c'est-à-dire $a - b > 0$)

etc.

2. Opérations

• Somme

Si $a < b$, alors $a + c < b + c$.

Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.

• Produit

Si $a < b$ et $\underline{c > 0}$, alors $ac < bc$.

Si $a < b$ et $\underline{c < 0}$, alors $ac > bc$.

a, b, c, d sont 4 <u>réels strictement positifs</u>.

Si $a < b$ et $c < d$, alors $ac < bd$.

3. Comparaisons et fonctions

• Carrés

Si $0 \leqslant a < b$, alors $a^2 < b^2$.

Si $a < b \leqslant 0$, alors $a^2 > b^2$.

• Inverses

Si $0 < a < b$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Si $a < b < 0$, alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

• Cubes

Si $a < b$, alors $a^3 < b^3$.

• Racines carrées

Si $0 \leqslant a < b$, alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

• Puissances d'exposant entier naturel

Si $0 \leqslant a < b$ et n est un entier naturel non nul, alors $a^n < b^n$.

• Puissances d'un même réel strictement positif

Si $0 < a < 1$, alors $... < a^5 < a^4 < a^3 < a^2 < a$.

Si $a > 1$, alors $a < a^2 < a^3 < a^4 < a^5 < ....$

Comparaison d'un quotient dont le dénominateur est strictement positif avec 1

a et *b* sont deux réels tels que $\boxed{b > 0}$.

$\dfrac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$

$\dfrac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$

Remarque : Pour *a* et *b* quelconques avec *b* non nul, $\dfrac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$.

4. Valeurs approchées

Définition :

x est un réel.

ε est un réel strictement positif.

On dit qu'un réel *a* est une **valeur approchée** de *x* à la **précision** ε (ou **valeur approchée de *x* à ε près**) lorsque l'on a $a - \varepsilon \leqslant x \leqslant a + \varepsilon$.

Illustration sur la droite réelle.

Cette définition exprime que la distance entre *x* et *a* est inférieure ou égale à ε ce qui se traduit en valeur absolue par $|\,a - x\,| \leqslant \varepsilon$.

De plus, on dit que *a* est une valeur approchée de *x* par défaut lorsque l'on a $a \leqslant x$ et par excès lorsque l'on a $x \leqslant a$.

Il faut noter qu'en général $x \neq a$ (la valeur approchée est différente du nombre que l'on veut approcher) sinon la notion n'aurait pas d'intérêt).

En sciences physiques, on parle souvent de valeur approchée pour entre une mesure m et la valeur théorique m_{th}

On appelle **erreur commise** (ou **incertitude absolue**) la valeur absolue de la différence $m - m_{\text{th}}$.

Souvent, on majore l'erreur commise par un nombre de la forme $a \times 10^{-p}$ où a est un entier naturel compris entre 1 et 9 et p un entier naturel.

On appelle **incertitude relative** est $\left| \dfrac{m - m_{\text{th}}}{m_{\text{th}}} \right|$. On l'exprime souvent en pourcentage et on parle alors de taux d'incertitude.