

I. Centre de gravité d'un triangle

On rappelle la propriété :

« Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle. »

On rappelle également que ce point est appelé le centre de gravité du triangle.

On rappelle enfin la propriété :

« Le centre d'un gravité d'un triangle est situé sur chaque médiane aux deux tiers à partir du sommet. »

Ces propriétés ont été démontrées en quatrième et ont été revues en seconde.

Le but de cet exercice est de **démontrer** vectoriellement ces propriétés.

Soit ABC un triangle non aplati dans le plan P .

On note A' , B' , C' les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$.

Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (1).

Faire une figure codée sans placer G au début.

1°) a) Démontrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'}$.

b) Compléter sans démonstration $\overrightarrow{BG} = \dots \overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CG} = \dots \overrightarrow{CC'}$.

c) Dédurre de ce qui précède que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes en G .
Placer G sur la figure.

2°) Démontrer que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \overrightarrow{MG}$.

On retiendra que le centre de gravité G d'un triangle ABC est caractérisé par l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

II. On considère un rectangle dont la longueur L et la largeur l vérifie les encadrements :

$$2,2 < L < 2,3 \text{ et } 1,5 < l < 1,6.$$

Déterminer le meilleur encadrement possible de la longueur de la diagonale du rectangle par deux décimaux d'ordre 1 (c'est-à-dire avec un chiffre après la virgule).

Préciser l'amplitude de l'encadrement obtenu.

III. Les salaires mensuels (en milliers d'euros) des 15 joueurs professionnels de l'équipe de football du FCX sont : 7 ; 7,5 ; 7,5 ; 8 ; 8,5 ; 9 ; 9,5 ; 9,5 ; 10 ; 10,5 ; 11 ; 12 ; 15 ; 20 ; 50.

1°) Déterminer la moyenne et l'écart-type des salaires (valeur arrondie à l'euro).

2°) Si le joueur le mieux payé est muté dans un autre club, le salaire moyen augmentera-t-il ou diminuera-t-il ?
Même question avec l'écart-type.

IV. Exercice facultatif

Déterminer les couples de réels x et y vérifiant le système

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ x^2 + y^2 = \frac{25}{36} \end{cases}.$$

Indication : poser $S = x + y$ et $P = xy$.

Conseils

L'ensemble du DM doit tenir sur une copie double.

II.

S'inspirer du corrigé de l'exercice portant sur les encadrements dans le DM précédent.

On pourra en particulier faire un schéma pour conclure correctement.