

**I. Centre de gravité d'un triangle**

On rappelle la propriété :

« Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle. »

On rappelle également que ce point est appelé le centre de gravité du triangle.

On rappelle enfin la propriété :

« Le centre d'un gravité d'un triangle est situé sur chaque médiane aux deux tiers à partir du sommet. »

Ces propriétés ont été démontrées en quatrième et ont été revues en seconde.

Le but de cet exercice est de **démontrer** vectoriellement ces propriétés.

Soit ABC un triangle non aplati dans le plan  $P$ .

On note  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  les milieux respectifs de  $[BC]$ ,  $[AC]$ ,  $[AB]$ .

Soit  $G$  le point défini par  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$  (1).

Faire une figure codée sans placer  $G$  au début.

1°) a) Démontrer que  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'}$ .

b) Compléter sans démonstration  $\overrightarrow{BG} = \dots \overrightarrow{BB'}$  et  $\overrightarrow{CG} = \dots \overrightarrow{CC'}$ .

c) Dédire de ce qui précède que les droites  $(AA')$ ,  $(BB')$  et  $(CC')$  sont concourantes en  $G$ .  
Placer  $G$  sur la figure.

2°) Démontrer que pour tout point  $M$  du plan, on a :  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \overrightarrow{MG}$ .

On retiendra que le centre de gravité  $G$  d'un triangle ABC est caractérisé par l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

**II.** On considère un rectangle dont la longueur  $L$  et la largeur  $l$  vérifie les encadrements :

$$2,2 < L < 2,3 \text{ et } 1,5 < l < 1,6.$$

Déterminer le meilleur encadrement possible de la longueur de la diagonale du rectangle par deux décimaux d'ordre 1 (c'est-à-dire avec un chiffre après la virgule).

Préciser l'amplitude de l'encadrement obtenu.

**III.** Les salaires mensuels (en milliers d'euros) des 15 joueurs professionnels de l'équipe de football du FCX sont : 7 ; 7,5 ; 7,5 ; 8 ; 8,5 ; 9 ; 9,5 ; 9,5 ; 10 ; 10,5 ; 11 ; 12 ; 15 ; 20 ; 50.

1°) Déterminer la moyenne et l'écart-type des salaires (valeur arrondie à l'euro).

2°) Si le joueur le mieux payé est muté dans un autre club, le salaire moyen augmentera-t-il ou diminuera-t-il ?  
Même question avec l'écart-type.

**IV. Exercice facultatif**

Déterminer les couples de réels  $x$  et  $y$  vérifiant le système

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ x^2 + y^2 = \frac{25}{36} \end{cases}.$$

**Indication :** poser  $S = x + y$  et  $P = xy$ .

# Conseils

**L'ensemble du DM doit tenir sur une copie double.**

**II.**

S'inspirer du corrigé de l'exercice portant sur les encadrements dans le DM précédent.

On pourra en particulier faire un schéma pour conclure correctement.