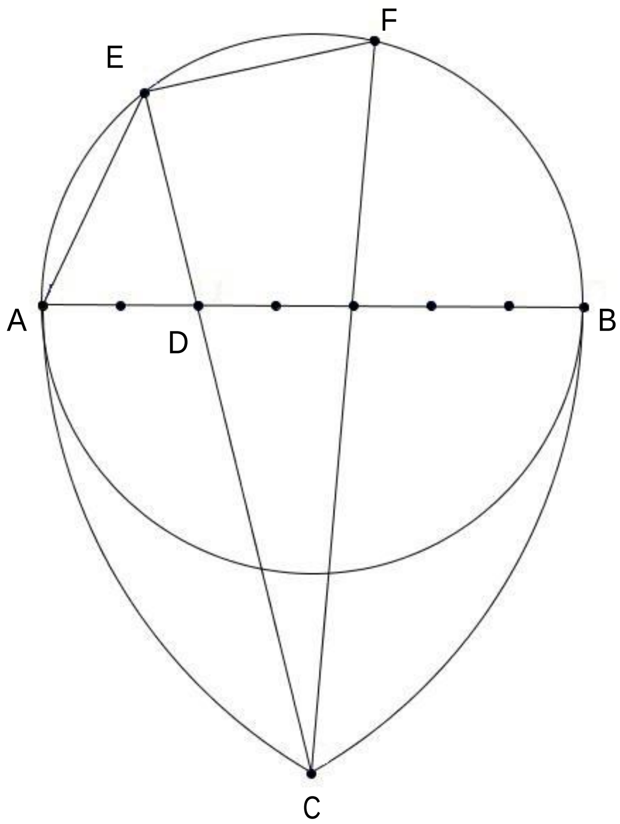
Rabelais et l'heptagone régulier

La succulente et bigarrée œuvre épique de Rabelais apparaissait à Chateaubriand comme la source de la littérature française. C'est peut-être minimiser d'autres ruisseaux ; par exemple Villon, l'autre Maistre Françoys, qui sortit de Polytechnique en voyageant dans le temps : il emporta 500 écus d'or hors du collège de Navarre.
De ce collège et de ces lieux, Rabelais en parle aussi, montrant Panurge rue de la Montagne Sainte-Geneviève, qui détecte l'arrivée du guet par les vibrations de son épée.
Il y a de tout dans Rabelais : de la botanique, du droit romain, la valeur de pi, la réforme du jeu d'échecs, la navigation intersidérale, des grands nombres et de la géométrie. Ainsi, il répercute une définition géométrique de Dieu : « intellectuale sphère le centre de laquelle est en chacun lieu de l'univers la circunférence poinct », ce ne sera pas perdu pour Pascal. Il y a aussi l'abstruse construction géométrique suivante, dont on aimerait croire que le curé de Meudon l'apprit dans un cabaret de la susdite rue à dalles en pente.
Au cinquième livre qui lui est consacré, Pantagruel et ses amis arrivent devant une fontaine magique dont les colonnes d'albâtres forment un heptagone régulier, Maître Alcofribas raconte (v. chapitre XLII) :
« ... projettans la veue derrière une colome, quelle que fust en sa cube, pour regarder les autres opposites, trouvions le cone pyramidal de nostre ligne visuale finer au centre susdit, et là recevoir, de deux opposites, rencontre d'un triangle equilatéral, duquel deux lignes partissoient esgalement la colomne (celle que nous voulions mesurer) et passante d'un costé et d'autre, deux colomnes franches à la première, tierce partie d'intervalles, rencontroient leur ligne basique et fondamentale : laquelle par ligne consulte par ligne pourtraicte jusqu'au centre universel, esgalement my partie, rendoit en juste départ la distance des sept colomnes, et n'estoie pas possible faire rencontre d'autre colomne opposite par ligne directe, principiante à l'angle obtus de la marge... ».
Ce passage, ésotériquement taupin, n'a tenté aucun commentateur ; en voici une interprétation.
Alors que les Pythagoriens savaient diviser le cercle en $n = 5$ arcs égaux (le pentagone étoilé était leur signe de ralliement), on rencontre pour $n = 7$ la première impossibilité à construire – par règle et compas – un polygone régulier.
On calcule que pour l'heptagone le rapport côté/rayon à la figure 1 vaut $c = 0{,}86776747...$ (Dans toute la suite on prendre 1 comme rayon du cercle.) Le développement de c en fraction continuée commence par : 0, 1, 6, 1, 1, 3, 1, 1, 60... D'où on déduit des approximations rationnelles : $\frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{13}{15}, \frac{46}{53}, \frac{59}{68}, \frac{105}{121}\ldots$

On obtient ainsi des constructions approchées de l'heptagone régulier ; par exemple la dernière est excellente : $\frac{105}{121} = 0{,}8677686\ldots$ Les deux premières : $\frac{6}{7} < c < \frac{7}{8}$ fournissent par leur moyenne géométrique $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}8660254\ldots$ une construction simple, le côté de l'heptagone étant à peu près la hauteur du triangle équilatéral de côté 1.
Quant à la construction de Rabelais, sa mention d'un triangle équilatéral, des « deux colonnes » et de la « ligne basique » (le diamètre) semble l'identifier à la suivante, décrite sur la figure ci-dessous.



Le diamètre AB = 2 est divisé en n = 7 parties égales. On complète en C le triangle équilatéral ABC. On joint C « nostre ligne visuale » à la seconde division D. AE est à peu près le côté de l'heptagone.
Cette construction n'est pas mauvaise pour d'autres valeurs de n parce que :
- elle projette $n/2$ divisions égales sur le demi-cercle ;
- elle est exacte pour n = 2, 3, 4, 6.

Le polytechnicien Eugène Catalan (1814-1894) de Bruges (alors française) est le seul – à notre connaissance – à la signaler dans sa géométrie ; il dit qu'un tailleur de pierres la lui indiqua vers 1830.
Le texte de Rabelais accroît son ancienneté. La corde AE vaut 0,869177. On peut améliorer la construction en projetant deux autres divisions du diamètre, suivant EF, qui vaut 0,867035 (et le texte de l'Abstracteur de Quintessence est compatible avec cette version). Récapitulons les divers événements, mythiques ou réels, arrivés rue de la montagne Sainte-Geneviève, par les connotations des noms propres précédents.
Le 25 février 1848, Catalan y discute avec ses étudiants ; examinateur à l'X, il est venu les interroger. Mais le roi a été renversé la veille ; Catalan doit partir à l'Hôtel de ville, où l'appelle Lamartine.
Vers 1830, Evariste Galois, blanc de colère, sort du concours d'entrée à l'X. Il vient d'envoyer le torchon au visage de l'examinateur. Il suppute ses chances de réussite.
Vers 1532, Panurge pose son braquemart sur les pavés de la même rue ; il s'en sert comme d'un radar, pour fuir au bon moment.
Nuit de Noël 1456 : Villon et ses complices s'esquivent, après le cambriolage du collège Navarre. Ainsi, le poète aura sa statue, non loin de là, veillant au pied de la tour Umb astronomique.
Ces points de rebroussement sont reliés par un heptagone.

J. Pouget (52)

Cet article est extrait d'un ancien numéro de la revue « La Jaune et la Rouge » (revue de l'École Polytechnique). Je n'ai malheureusement plus la date exacte. Je pense qu'il doit remonter aux années 1987 ou 1988. L'article figure dans la rubrique « Variétés » aux pages 15 et 16.