$1^{\text{ère}}$ S — Exercices sur le plan muni d'un repère

Dans les exercices $\boxed{1}$ à $\boxed{14}$, le plan est muni d'un repère quelconque $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

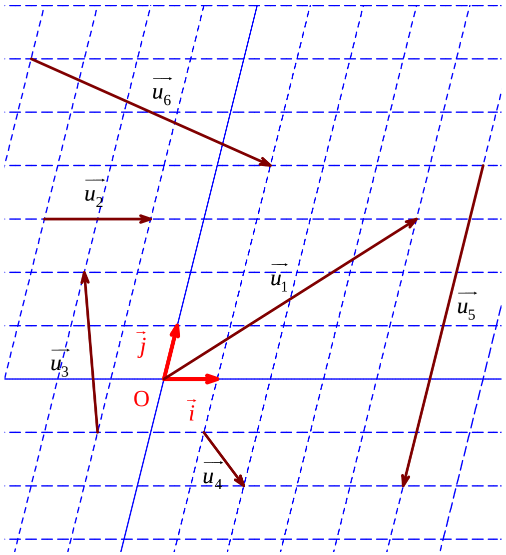
$\boxed{1}$ 1°) Pour chaque point M, exprimer le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

a) M (3 ; 5)   b) M(0 ; – 2)   c) M(4 ; 0)

2°) Réciproquement, donner les coordonnées cartésiennes du point M.

a) $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = -\dfrac{1}{2}\vec{i}$ b) $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \dfrac{1}{3}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right)$

$\boxed{2}$ On considère le graphique ci-dessous.
Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$, $\vec{u_4}$, $\vec{u_5}$, $\vec{u_6}$ dans la base $\left(\vec{i}, \vec{j}\right)$.



$\boxed{3}$ On donne $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$.
Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$.

$\boxed{4}$ On considère les points A($-\dfrac{3}{2}$; 1), B($\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{5}{2}$), C(3 ; $\dfrac{1}{2}$), D(1 ; – 1).
Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

$\boxed{5}$ On considère les points A(– 1 ; 2) et B(– 3 ; 5).
On note C le symétrique de B par rapport à A.
Calculer les cordonnées de C. Vérifier graphiquement.

$\boxed{6}$ On considère les points A(2 ; 1) et B(– 2 ; 0).
Calculer les coordonnées du point C tel que $2\overrightarrow{\mathrm{CA}} - 3\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \vec{0}$.

$\boxed{7}$ Calculer les coordonnées du point B image du point A(– 1 ; 2) par la translation de vecteur $\vec{u}$ (5 ; – 3).

$\boxed{8}$ On considère les points A(– 1 ; 3), B(2 ; 4) et C(5 ; –3).
Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un parallélogramme.
Vérifier graphiquement.

$\boxed{9}$ Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\,(\sqrt{2}+1$; $1)$ et $\vec{v}\,(1$; $\sqrt{2}-1)$ b) $\vec{u}\,(2$; $-1)$ et $\vec{v}\,(-3$; $2)$

$\boxed{10}$ Déterminer pour quelles valeurs de m les vecteurs $\vec{u}$ (1 + m ; 3) et $\vec{v}$ (–2 ; 1 – m) sont colinéaires.

On rédigera ainsi :

« $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si …
si et seulement si … »

$\boxed{11}$ Les points A, B, C sont-ils alignés ?

a) A(– 1 ; 4), B(2 ; 3) et C(4 ; – 2)   b) A(1 ; 3), B(5 ; 5) et C(0 ; $\dfrac{5}{2}$)

$\boxed{12}$ On considère les points A(3 ; 2), B(7 ; – 3), C(– 1 ; $-\dfrac{1}{2}$), D(1 ; – 3).

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

$\boxed{13}$ On considère les points A(2 ; 3), B(– 1 ; 2), C(– 5 ; – 2), D(1 ; 0).

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

$\boxed{14}$ On considère les points A(1 ; 3), B(5 ; 5), C(9 ; 2).
Déterminer l'ordonnée du point D d'abscisse – 1 tel que (AB) // (CD).

$\boxed{15}$ Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points A(2 ; 0), B(0 ; 3), C(8 ; 4).

1°) Le triangle ABC est-il rectangle ?
2°) Calculer son aire et son périmètre.

$\boxed{16}$ Soit ABCD un parallélogramme. On note I le milieu de [AB] et J le point défini par $\overrightarrow{\mathrm{AJ}} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

Faire une figure soignée (on prendra la droite (AB) « horizontale », A à gauche de B, C et D « au-dessus » de (AB), l'angle $\widehat{\mathrm{BAD}}$ aigu).

Le but de l'exercice est de démontrer que les points D, I, J sont alignés.
On munit le plan du repère $\left(\mathrm{A}, \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}\right)$.

1°) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, I, J ; détailler spécialement le calcul des coordonnées de I et J.
2°) Démontrer le résultat demandé.

$\boxed{\textbf{17}}$ Soit ABCD un parallélogramme. On note I et J les points définis par $\overrightarrow{AI}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$.

Démontrer que les points C, I, J sont alignés en utilisant le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.

Pour les graphiques, on peut prendre les repères obliques dans les exercices $\boxed{4}$ à $\boxed{\textbf{7}}$ inclus.

Pour l'exercice $\boxed{\textbf{4}}$, les coordonnées des points sont des entiers ou des fractions de dénominateur 2.
Il est conseillé de prendre un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm ou 2 carreaux (ne pas prendre 0,5 cm : unité trop petite ; on ne verra rien).

Pour les exercices où l'on demande de déterminer si des vecteurs sont colinéaires, il est demandé d'utiliser le déterminant.

Corrigé

1

Il n'est pas nécessaire de faire de figure dans cet exercice.

1°) a) M (3 ; 5) donc $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}$ b) M(0 ; – 2) donc $\overrightarrow{OM}=-2\vec{j}$ c) M(4 ; 0) donc $\overrightarrow{OM}=4\vec{i}$

2°) a) $\overrightarrow{OM}=-\frac{1}{2}\vec{i}$ donc M $\left(-\frac{1}{2}\,;0\right)$ b) $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)=\frac{2}{3}\vec{i}+\frac{1}{3}\vec{j}$ donc M $\left(\frac{2}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$

2 $\vec{u_1}$ (4 ; 3) $\vec{u_2}$ (2 ; 0) $\vec{u_3}$ (– 1 ; 3) $\vec{u_4}$ (1 ; – 1) $\vec{u_5}$ (0 ; – 6) $\vec{u_6}$ (5 ; – 2)

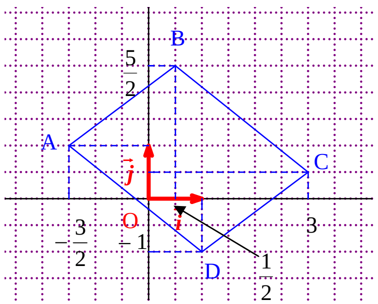
3 $\vec{u}=3\vec{i}-\vec{j}$ $\vec{v}=5\vec{i}+4\vec{j}$

$$
\begin{aligned}
\vec{w}&=-3\vec{u}+2\vec{v}\\
&=-3\left(3\vec{i}-\vec{j}\right)+2\left(5\vec{i}+4\vec{j}\right)\\
&=-9\vec{i}+3\vec{j}+10\vec{i}+8\vec{j}\\
&=\vec{i}+11\vec{j}
\end{aligned}
$$

Les coordonnées de $\vec{w}$ sont (1 ; 11).

Autre méthode :

4 A($-\frac{3}{2}$; 1) B($\frac{1}{2}$; $\frac{5}{2}$) C(3 ; $\frac{1}{2}$) D(1 ; – 1)



Déterminons la nature du quadrilatère ABCD.

$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l}2\\ \frac{3}{2}\end{array}\right.$ $\overrightarrow{DC}\left|\begin{array}{l}2\\ \frac{3}{2}\end{array}\right.$

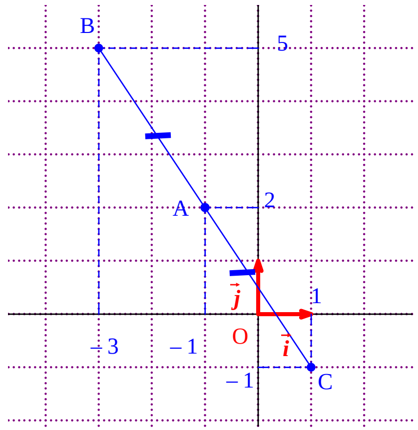
Donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Par suite, ABCD est un parallélogramme.

On ne s'intéresse pas à des particularités du quadrilatère liées aux distances et aux angles.
En effet, le repère est supposé quelconque (même si on l'a représenté orthonormé).
Par conséquent, il est impossible des faire des calculs de distances et d'angles.

On n'utilise pas d'autre méthode pour démontrer que ABCD est un parallélogramme (en particulier pas de colinéarité ici).

5 A(– 1 ; 2) B(– 3 ; 5)
C : symétrique de B par rapport à A (C = S_B(A))



Sur la figure, on code les segments [AB] et [AC] qui ont la même longueur (puisque A est le milieu de [BC]).

Calculons les cordonnées de C.

1ère méthode :

On utilise l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}$.

2e méthode :

On utilise l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BA}$.

3e méthode :

A est le milieu de [BC] donc $\begin{cases} x_A=\dfrac{x_B+x_C}{2}\\ y_A=\dfrac{y_B+y_C}{2}\end{cases}$

$$\begin{cases} -1=\dfrac{-3+x_C}{2}\\ 2=\dfrac{5+y_C}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases} -3+x_C=-2 \\ 5+y_C=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_C=1 \\ y_C=-1 \end{cases}$$

Donc C(1 ; – 1)

$\boxed{6}$ A(2 ; 1) B(– 2 ; 0)

Calculons les coordonnées du point C tel que $2\overrightarrow{CA}-3\overrightarrow{CB}=\vec{0}$ (1).

$\overrightarrow{CA}\left|\begin{array}{l} x_A-x_C=2-x_C \\ y_A-y_C=1-y_C \end{array}\right.$ $\overrightarrow{CB}\left|\begin{array}{l} x_B-x_C=-2-x_C \\ y_B-y_C=-y_C \end{array}\right.$

(1) donne : $\begin{cases} 2(2-x_C)-3(-2-x_C)=0 \\ 2(1-y_C)+3y_C=0 \end{cases}$

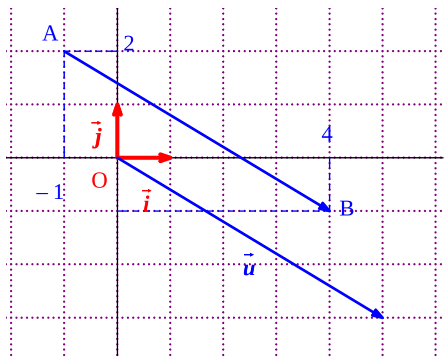
$$\begin{cases} 4-2x_C+6+3x_C=0 \\ 2-2y_C+3y_C=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_C=-10 \\ y_C=-2 \end{cases}$$

C(– 10 ; – 2)

$\boxed{7}$ A(– 1; 2) $\vec{u}$ (5 ; –3)

B = $t_{\vec{u}}$ (A) (On lit « B est l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$ »)



Calculons les coordonnées du point B.

$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B+1 \\ y_B-2 \end{array}\right.$

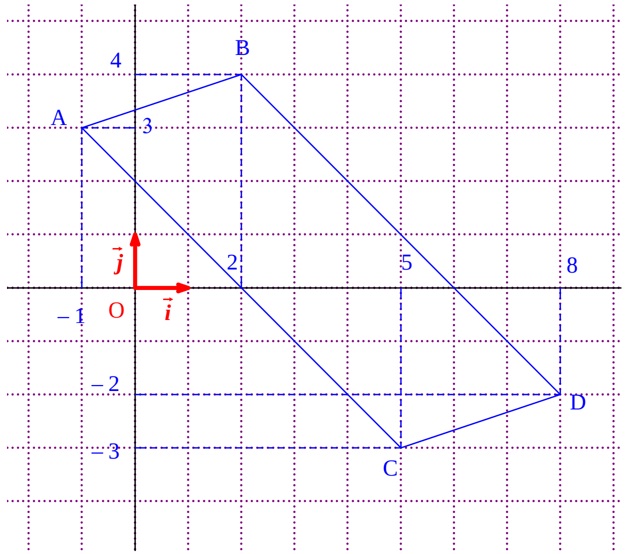
B = $t_{\vec{u}}$ (A) donc $\begin{cases} x_B+1=5 \\ y_B-2=-3 \end{cases}$

d'où $\begin{cases} x_B=4 \\ y_B=-1 \end{cases}$

B(4 ; – 1)

$\boxed{8}$ A(– 1 ; 3) B(2 ; 4) C(5 ; –3)

Calculons les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un parallélogramme.



ABDC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (1).

$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}\right.$ $\overrightarrow{CD}\left|\begin{array}{l} x_D-5 \\ y_D+3 \end{array}\right.$

(1) donne $\begin{cases} x_D-5=3 \\ y_D+3=1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_D=8 \\ y_D=-2 \end{cases}$$

D(8 ; – 2)

$\boxed{9}$ Vecteurs colinéaires

Utiliser la méthode du déterminant (laisser tomber les autres méthodes de seconde).

a) $\vec{u}\,(\sqrt{2}+1\ ;\ 1)$ et $\vec{v}\,(1\ ;\ \sqrt{2}-1)$

Déterminons si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

On calcule $\begin{vmatrix} \sqrt{2}+1 & 1 \\ 1 & \sqrt{2}-1 \end{vmatrix} = \left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-1\times 1 = 2-1-1=0$.

Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b) $\vec{u}\,(2\ ;-1)$ et $\vec{v}\,(-3\ ;2)$

Déterminons si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

On calcule $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2-(-3)\times(-1)=4-3=1\neq 0$.

Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

$\boxed{10}$ $\vec{u}\,(1+m\ ;3)$ $\quad \vec{v}\,(-2\ ;1-m)$

Déterminons pour quelles valeurs de m les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\begin{vmatrix} 1+m & -2 \\ 3 & 1-m \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $(1+m)(1-m)-3\times(-2)=0$

si et seulement si $1-m^2+6=0$

si et seulement si $m^2=7$

si et seulement si $m=\sqrt{7}$ ou $m=-\sqrt{7}$

On utilise une « chaîne d'équivalences » en adoptant une présentation extrêmement figée.
On écrit les « si et seulement si » les uns en dessous des autres.
On pourra utiliser l'abréviation « ssi » qui est l'une des rares abréviations autorisées dans la rédaction mathématique.

$\boxed{11}$ Points alignés

a) A(– 1 ; 4) B(2 ; 3) C(4 ; – 2)

Déterminons si les points A, B, C sont alignés.

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 3 \\ -1 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} 5 \\ -6 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -6 \end{vmatrix} = 3\times(-6)-5\times(-1)$

$= -18+5$

$= -13$

$\neq 0$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
Donc les points A, B, C ne sont pas alignés.

b) A(1 ; 3) B(5 ; 5) C$\left(0\ ;\ \frac{5}{2}\right)$

Déterminons si les points A, B, C sont alignés.

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 4 \\ 2 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2\times(-1)$

$= -2+2$

$= 0$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
Donc les points A, B, C sont alignés.

$\boxed{12}$ Droites parallèles

A(3 ; 2) B(7 ; – 3) C$\left(-1\ ;-\frac{1}{2}\right)$ D(1 ; – 3)

Déterminons si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Faire figure

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 4 \\ -5 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{CD}\begin{vmatrix} 2 \\ -\frac{5}{2} \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -5 & -\frac{5}{2} \end{vmatrix} = 4\times\left(-\frac{5}{2}\right)-(-5)\times 2$

$= -10+10$

$= 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
Par suite, (AB) // (CD).

13 A(2 ; 3)   B(– 1 ; 2)   C(– 5 ; – 2)   D(1 ; 0)

Déterminons la nature du quadrilatère ABCD.

Faire une figure.

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}-3\\-1\end{vmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{vmatrix}-6\\-2\end{vmatrix}$

On remarque que $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires.
Par suite, (AB) // (CD).
On en déduit que ABCD est un trapèze (de bases [AB] et [CD]).

14 A(1 ; 3)   B(5 ; 5)   C(9 ; 2)

Déterminons l'ordonnée du point D d'abscisse – 1 tel que (AB) // (CD).

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}4\\2\end{vmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{vmatrix}-10\\y_D-2\end{vmatrix}$

(AB) // (CD) si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix}4 & -10\\2 & y_D-2\end{vmatrix}=0$

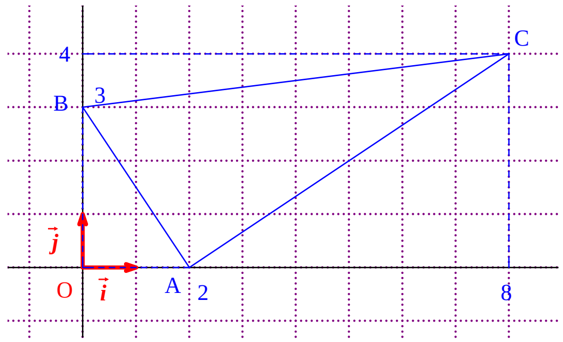
si et seulement si $4\times(y_D-2)-2\times(-10)=0$

si et seulement si $4y_D-8+20=0$

si et seulement si $y_D=-3$

D(– 1 ; – 3)

15 A(2 ; 0)   B(0 ; 3)   C(8 ; 4)



1°) **Déterminons la nature du triangle ABC.**

On peut appliquer la formule de distance car le repère est orthonormé.

$AB^2=(-2)^2+3^2$ $=4+9$ $=13$	$AC^2=6^2+4^2$ $=36+16$ $=52$	$BC^2=8^2+1^2$ $=64+1$ $=65$

On constate que $BC^2=AB^2+AC^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2°) **Calculons l'aire et le périmètre de ABC.**

$\mathcal{P}_{ABC}$ = AB + BC + CA
$=\sqrt{13}+\sqrt{65}+\sqrt{52}$
$=\sqrt{13}+\sqrt{65}+2\sqrt{13}$
$=3\sqrt{13}+\sqrt{65}$ (valeur exacte)

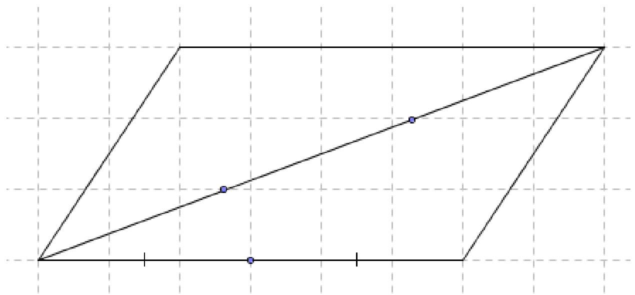
$\mathcal{A}_{ABC}=\dfrac{AB\times AC}{2}$
$=\dfrac{\sqrt{13}\times2\sqrt{13}}{2}$
$=13$

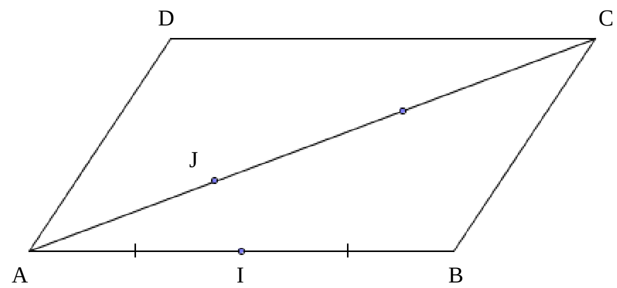
Il n'y a pas d'unité de longueur précisée.
L'unité d'aire correspond à l'unité de longueur.

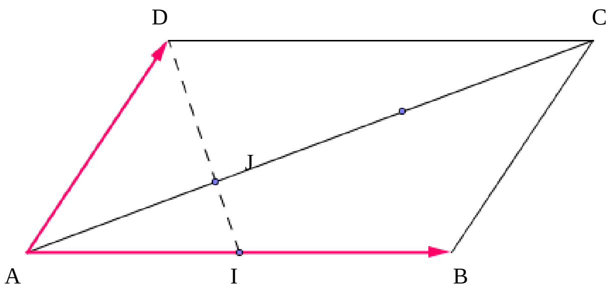
16 **Utilisation d'un repère auxiliaire**

ABCD parallélogramme
I : milieu de [AB]
$\overrightarrow{AJ}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Figure :







$\left(\mathrm{A}, \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}\right)$ est un repère du plan car les vecteur du $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ ne sont pas colinéaires.

1°) **Déterminons les coordonnées des points A, B, C, D, I, J dans le repère $\left(\mathrm{A}, \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}\right)$.**

$\mathrm{A}\left|\begin{array}{l}0\\0\end{array}\right.$ (origine du repère)

$\mathrm{B}\left|\begin{array}{l}1\\0\end{array}\right.$ car $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=1\overrightarrow{\mathrm{AB}}+0\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

$\mathrm{C}\left|\begin{array}{l}1\\1\end{array}\right.$ car $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=1\overrightarrow{\mathrm{AB}}+1\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

$\mathrm{D}\left|\begin{array}{l}0\\1\end{array}\right.$ car $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=0\overrightarrow{\mathrm{AB}}+1\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

I est le milieu de [AB] donc $\mathrm{I}\left|\begin{array}{l}x_{\mathrm{I}}=\dfrac{x_{\mathrm{A}}+x_{\mathrm{B}}}{2}=\dfrac{1}{2}\\ y_{\mathrm{I}}=\dfrac{y_{\mathrm{A}}+y_{\mathrm{B}}}{2}=0\end{array}\right.$

$\overrightarrow{\mathrm{AJ}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ donc $\begin{cases}x_{\mathrm{J}}-x_{\mathrm{A}}=\dfrac{1}{3}\left(x_{\mathrm{C}}-x_{\mathrm{A}}\right)\\ y_{\mathrm{J}}-y_{\mathrm{A}}=\dfrac{1}{3}\left(y_{\mathrm{C}}-y_{\mathrm{A}}\right)\end{cases}$

$\begin{cases}x_{\mathrm{J}}-0=\dfrac{1}{3}(1-0)\\ y_{\mathrm{J}}-0=\dfrac{1}{3}(1-0)\end{cases}$

$\begin{cases}x_{\mathrm{J}}=\dfrac{1}{3}\\ y_{\mathrm{J}}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$

$\mathrm{J}\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$

2°) **Démontrons que les points D, I, J sont alignés.**

$\overrightarrow{\mathrm{DI}}\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}\\-1\end{array}\right.$ $\quad\overrightarrow{\mathrm{DJ}}\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{3}\\-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$

$$\begin{vmatrix}\dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{3}\\ -1 & -\dfrac{2}{3}\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)-(-1)\times\frac{1}{3}$$
$$=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$$
$$=0$$

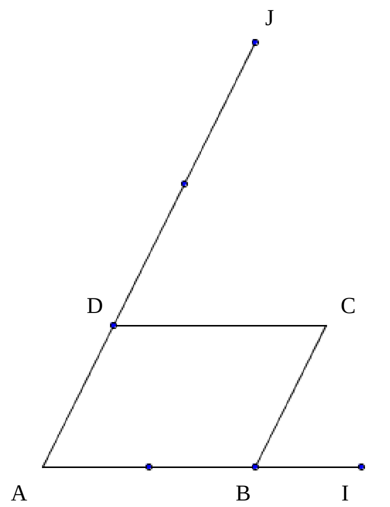
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{DI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$ sont colinéaires.
Par suite, les points D, I, J sont alignés.

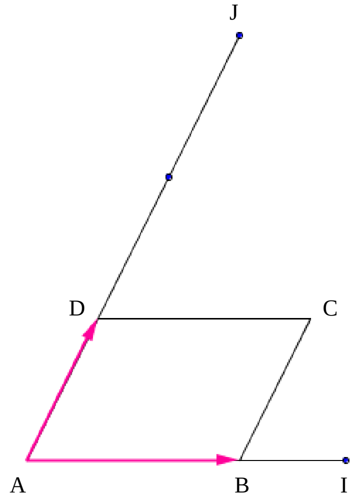
On peut aussi rédiger ainsi : « On observe que $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{DI}}$ donc … ».

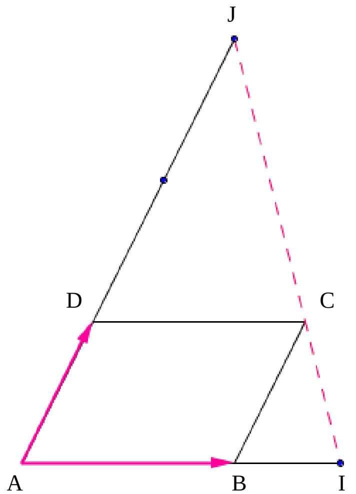
La méthode avec le déterminant est cependant meilleure.

$\boxed{17}$ Utilisation d'un repère auxiliaire

ABCD un parallélogramme
$\overrightarrow{\mathrm{AI}}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
$\overrightarrow{\mathrm{AJ}}=3\overrightarrow{\mathrm{AD}}$







Démontrons que les points C, I, J sont alignés en utilisant le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.

Dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$:

$A\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$; $B\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$; $C\left|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right.$; $D\left|\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right.$; $I\left|\begin{matrix}\frac{3}{2}\\0\end{matrix}\right.$ car $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$; $J\left|\begin{matrix}0\\3\end{matrix}\right.$ car $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CI}\left|\begin{matrix}-1\\2\end{matrix}\right.$ $\qquad \overrightarrow{CJ}\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\-1\end{matrix}\right.$

$$\begin{vmatrix}\frac{1}{2} & -1\\ -1 & 2\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\times 2-(-1)\times(-1)$$
$$= 1 - 1$$
$$= 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires.
Par suite, les points C, I, J sont alignés.