

Factorisations

De l'art de mettre $(x+1)$ en facteur

La consigne est toujours la même : il faut mettre $(x+1)$ en facteur puis réduire le deuxième facteur.

Niveau 1	$E_1 = 3x + 3$
Niveau 2	$E_2 = (x+1)(x+5) + 7(x+1)$
Niveau 3	$E_3 = (x+1)(3x+4) + (x+1)(x-3)$
Niveau 4	$E_4 = (x+1)(4x+9) - 5(x+1)$
Niveau 5	$E_5 = (x+1)(8x-3) + 4x + 4$
Niveau 6	$E_6 = (x+1)(9x-5) - 7x - 7$
Niveau 7	$E_7 = (x+1)(2x+4) - (x-7)(x+1)$
Niveau 8	$E_8 = 2(x+1)(x-4) + 3(x+1)(x+8)$
Niveau 9	$E_9 = 7(x+1)(2x+1) - 2(x+1)(3x-4)$
Niveau 10	$E_{10} = 3(x+5)(x+1) + 4x + 4$
Niveau 11	$E_{11} = 2(x+8)(x+1) + x + 1$
Niveau 12	$E_{12} = (x+1)^2 + x + 1$
Niveau 13	$E_{13} = (x+1)(x-1) + (2x-6)(3x+3)$
Niveau 14	$E_{14} = (x+1)(5x+9) + (4x-7)(-3x-3)$
Niveau 15	$E_{15} = (x+1)^2 + x^2 - 1$
Niveau 16	$E_{16} = x^2 + 2x + 1 + 3(x+1)$
Niveau 17	$E_{17} = (x+1)(x+9) - x - 1$
Niveau 18	$E_{18} = 3x^2 - 3 + x + 1$
Niveau 19	$E_{19} = (2x+2)^2 + x + 1$
Niveau 20	$E_{20} = x^4 - 1$

Solutions

Niveau 1	$E_1 = 3(x+1)$
Niveau 2	$E_2 = (x+1)(x+12)$
Niveau 3	$E_3 = (x+1)(4x+1)$
Niveau 4	$E_4 = (x+1)(4x+4) = 4(x+1)^2$
Niveau 5	$E_5 = (x+1)(8x+1)$
Niveau 6	$E_6 = 3(x+1)(3x-4)$
Niveau 7	$E_7 = (x+1)(x+11)$
Niveau 8	$E_8 = (x+1)(5x+16)$
Niveau 9	$E_9 = (x+1)(8x+15)$
Niveau 10	$E_{10} = (x+1)(3x+19)$
Niveau 11	$E_{11} = (x+1)(2x+17)$
Niveau 12	$E_{12} = (x+1)(x+2)$
Niveau 13	$E_{13} = (x+1)(7x-19)$
Niveau 14	$E_{14} = (x+1)(-7x+30)$
Niveau 15	$E_{15} = 2x(x+1)$
Niveau 16	$E_{16} = (x+1)(x+4)$
Niveau 17	$E_{17} = (x+1)(x+8)$
Niveau 18	$E_{18} = (x+1)(3x-2)$
Niveau 19	$E_{19} = (x+1)(4x+5)$
Niveau 20	$E_{20} = (x+1)(x-1)(x^2+1)$

Solutions détaillées :

$$\begin{aligned}E_1 &= 3x + 3 \\ &= 3(x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_2 &= (x + 1)(x + 5) + 7(x + 1) \\ &= (x + 1)(x + 5 + 7) \\ &= (x + 1)(x + 12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_3 &= (x + 1)(3x + 4) + (x + 1)(x - 3) \\ &= (x + 1)(3x + 4 + x - 3) \\ &= (x + 1)(4x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_4 &= (x + 1)(4x + 9) - 5(x + 1) \\ &= (x + 1)(4x + 9 - 5) \\ &= (x + 1)(4x + 4) \\ &= 4(x + 1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_5 &= (x + 1)(8x - 3) + 4x + 4 \\ &= (x + 1)(8x - 3) + 4(x + 1) \\ &= (x + 1)(8x - 3 + 4) \\ &= (x + 1)(8x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_6 &= (x + 1)(9x - 5) - 7x - 7 \\ &= (x + 1)(9x - 5) - 7(x + 1) \\ &= (x + 1)(9x - 5 - 7) \\ &= (x + 1)(9x - 12) \\ &= 3(x + 1)(3x - 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_7 &= (x + 1)(2x + 4) - (x - 7)(x + 1) \\ &= (x + 1)[(2x + 4) - (x - 7)] \\ &= (x + 1)(2x + 4 - x + 7) \\ &= (x + 1)(x + 11)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_8 &= 2(x + 1)(x - 4) + 3(x + 1)(x + 8) \\ &= (x + 1)[2(x - 4) + 3(x + 8)] \\ &= (x + 1)(2x - 8 + 3x + 24) \\ &= (x + 1)(5x + 16)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_9 &= 7(x+1)(2x+1) - 2(x+1)(3x-4) \\
&= (x+1)[7(2x+1) - 2(3x-4)] \\
&= (x+1)(14x+7-6x+8) \\
&= (x+1)(8x+15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{10} &= 3(x+5)(x+1) + 4x + 4 \\
&= 3(x+5)(x+1) + 4(x+1) \\
&= (x+1)[3(x+5) + 4] \\
&= (x+1)(3x+15+4) \\
&= (x+1)(3x+19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{11} &= 2(x+8)(x+1) + x + 1 \\
&= (x+1)[2(x+8) + 1] \\
&= (x+1)(2x+16+1) \\
&= (x+1)(2x+17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{12} &= (x+1)^2 + x + 1 \\
&= (x+1) \times (x+1) + (x+1) \times 1 \\
&= (x+1)(x+1+1) \\
&= (x+1)(x+2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{13} &= (x+1)(x-1) + (2x-6)(3x+3) \\
&= (x+1)(x-1) + (2x-6)3(x+1) \\
&= (x+1)[x-1 + (2x-6)3] \\
&= (x+1)(x-1+6x-18) \\
&= (x+1)(7x-19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{14} &= (x+1)(5x+9) + (4x-7)(-3x-3) \\
&= (x+1)(5x+9) + (4x-7) - 3(x+1) \\
&= (x+1)[5x+9 + (4x-7) - 3] \\
&= (x+1)(5x+9-12x+21) \\
&= (x+1)(-7x+30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{15} &= (x+1)^2 + x^2 - 1 \\
&= (x+1)(x+1) + x^2 - 1^2 \quad (\text{On écrit } x^2 - 1 \text{ sous la forme } x^2 - 1^2 \text{ de manière à avoir une expression de la} \\
&\text{forme } a^2 - b^2 \text{ et appliquer l'identité remarquable correspondante)} \\
&= (x+1)(x+1) + (x+1)(x-1) \\
&= (x+1)[(x+1) + (x-1)] \\
&= (x+1)(2x) \\
&= 2x(x+1) \quad (\text{meilleure écriture que la précédente})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{16} &= x^2 + 2x + 1 + 3(x+1) \\ &= (x+1)^2 + 3(x+1) \\ &= (x+1)(x+1+3) \\ &= (x+1)(x+4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{17} &= (x+1)(x+9) - x - 1 \\ &= (x+1)(x+9) - (x+1) \\ &= (x+1)(x+9) - (x+1) \times 1 \\ &= (x+1)(x+9-1) \\ &= (x+1)(x+8)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{18} &= 3x^2 - 3 + x + 1 \\ &= 3(x^2 - 1) + 1 \times (x+1) \\ &= 3(x+1)(x-1) + 1 \times (x+1) \\ &= (x+1)[3(x-1) + 1] \\ &= (x+1)(3x - 3 + 1) \\ &= (x+1)(3x - 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{19} &= (2x+2)^2 + x + 1 \\ &= [2(x+1)]^2 + x + 1 \\ &= 4(x+1)^2 + 1(x+1) \\ &= (x+1)[4(x+1) + 1] \\ &= (x+1)(4x+5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{20} &= x^4 - 1 \\ &= (x^2)^2 - 1^2 \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

Explication pour E_{20} :

Point de départ : réécriture $x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2$

$$\begin{aligned} E_{20} &= (x^2)^2 - 1^2 \\ &= (x^2 - 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

1^{ère} factorisation

puis on refactorise ce qui est factorisable

Ici : $x^2 - 1 = x^2 - 1^2$ (mais pas $x^2 + 1$, non factorisable)

$$E_{20} = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$$

On ne peut donc pas pousser plus la factorisation.

Il est important de voir quand on doit s'arrêter dans la factorisation.