# Exercices sur les fonctions affines

**1** Dans chaque cas, on donne l'expression d'une fonction affine $f: x \mapsto ax+b$ où $a$ et $b$ sont deux réels indépendants de $x$.

**Vocabulaire :** expression d'une fonction affine.
variable $x$ (repasser le $x$ en rouge à droite et à gauche)
coefficients
parenthèses de fonctions

| | | |
|---|---|---|
| $f(x)=2x-5$ | $a=$ | $b=$ |
| $f(x)=x+1$ | $a=$ | $b=$ |
| $f(x)=-3x+1$ | $a=$ | $b=$ |
| $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ | $a=$ | $b=$ |
| $f(x)=3x$ | $a=$ | $b=$ |

**2** Dans chaque cas, on donne l'expression d'une fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$.

Faire une réécriture de $f(x)$ afin de donner l'expression sous la forme $ax+b$ où $a$ et $b$ sont deux réels indépendants de $x$.

**Rappels de calcul algébrique :**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ | $\frac{a}{b}=\frac{1}{b}\times a$ | $\frac{ab}{c}=\frac{a}{b}\times c$ |

| | **Réécriture de $f(x)$** | ***a*** | ***b*** |
|---|---|---|---|
| $f(x)=\frac{2x+1}{4}$ | $f(x)=$ ....................................................... | | |
| $f(x)=1-2x$ | $f(x)=$ ....................................................... | | |
| $f(x)=\frac{x}{2}+3$ | $f(x)=$ ....................................................... | | |
| $f(x)=\frac{3x}{4}$ | $f(x)=$ ....................................................... | | |
| $f(x)=x\sqrt{2}-1$ | $f(x)=$ ....................................................... | | |

**3** On considère la fonction $f: x \mapsto -5x+2$.

**Rappel :**

**On déterminer une image grâce à un calcul sous la forme $f(.......)=$ .**

**On détermine un antécédent grâce à une équation de la forme $f(x)=$ ........ .**

1°) Calculer l'image de 2 par $f$.
2°) Calculer l'image de $\frac{1}{5}$ par $f$.
3°) Déterminer l'antécédent de 0 par $f$.
4°) Déterminer l'antécédent de 2 par $f$.

**4** On considère la fonction $f: x \mapsto \frac{3}{2}x-1$.

On note $D$ la représentation graphique de $f$ dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

**Compléter la phrase :**

$D$ est la droite d'équation $y=f(x)$ soit $y=$ ............... .

**Remplir un tableau de valeurs de la forme <u>en suivant les indications ci-dessous</u> :**

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | | |
| $y$ | | |

- **choisir deux valeurs de $x$ au choix (si possibles entières et pas trop proches) ;**
- **calculer les valeurs de $y$ correspondantes ;**
- **le choix des valeurs de $x$ sera fait de telle sorte que les valeurs de $y$ correspondantes soient entières.**

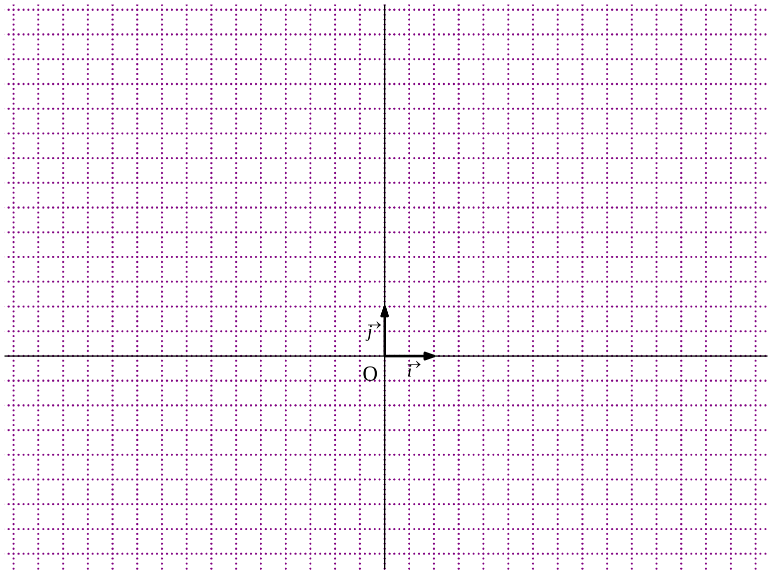
**Placer les points correspondants sur le graphique correspondant en mettant des pointillés correspondant aux coordonnées des points. Mettre également les valeurs des coordonnées des deux points sur les axes.**

**<u>Rappel</u> :**

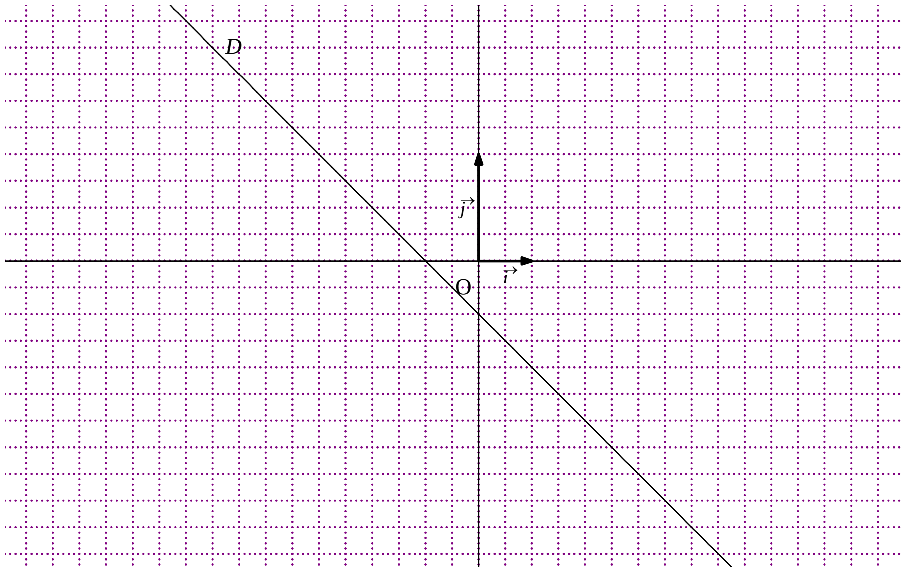
**$x$ désigne l'abscisse et est donc lu sur l'axe horizontal ; $y$ est l'ordonnée et est donc lu sur l'axe vertical.**

**Tracer la droite $D$ sur le graphique ci-après en joignant les deux points placés précédemment <u>à la règle</u>.**

**N.B. : La droite $D$ ne passe pas par l'origine car $f$ est une fonction affine non linéaire.**




$\boxed{5}$ On considère une fonction affine *f* dont la représentation graphique *D* dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est donnée ci-dessous.




**1°) Observer les unités sur chaque axe.**
**Les extrémités des flèches correspondent à 1 sur chaque axe.**

**Compléter :**

**L'unité sur l'axe des abscisses est de ……… petits carreaux.**

**L'unité sur l'axe des ordonnées est de ……….. petits carreaux.**

**2°) Compléter le tableau ci-dessous par lecture graphique en faisant attention aux unités.**
**On laissera apparentes toutes les constructions utiles que l'on fera au crayon.**

Lecture graphique d'images et d'antécédents

(Les nombres entre parenthèses désignent les *x*).

| | | |
|---|---|---|
| $f(2) = ........$ | $f(........) = 1$ | $f(-2) = ........$ |
| $f(......) = \frac{3}{2}$ | $f(-3) = ........$ | $f(......) = -\frac{1}{2}$ |

**Une énigme :**

Donner $f(1000)$.

$\boxed{6}$ Sur une feuille à petits carreaux tracer un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ d'unité 1 cm.

Tracer la représentation graphique *D* de la fonction affine *f* telle que $f(0) = 2$ et $f(1) = -1$.

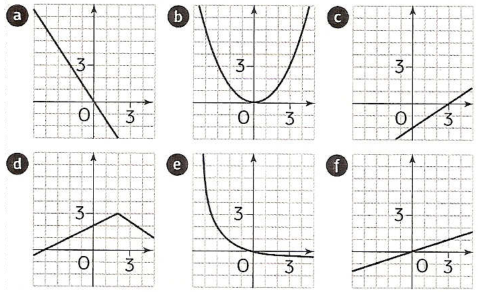
$\boxed{7}$ On considère une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.
Déterminer *a* et *b* sachant que $f(3) = 1$ et $f(5) = 9$.

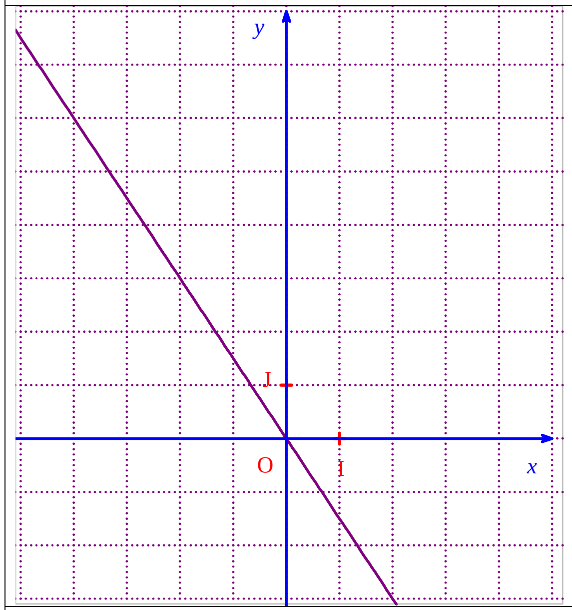
$\boxed{8}$ Déterminer l'expression de la fonction affine *f* dont la représentation graphique *D* est donnée dans l'exercice $\boxed{5}$.

$\boxed{9}$ On considère les fonctions $f : x \mapsto 2x - 3$ ; $g : x \mapsto 2 - 3x$ ; $h : x \mapsto -3 + \frac{x}{2}$ ; $k : x \mapsto -\frac{1}{2} \times (3 - 5x)$.

Démontrer que les fonctions *f*, *g*, *h*, *k* sont des fonctions affines.
Préciser leurs coefficients et donner leur sens de variation.

**10** Parmi ces graphiques, quels sont ceux qui peuvent représenter une fonction linéaire ?




| | | |
|---|---|---|
|   | | |
| | | |
| | | |

**11** On considère les fonctions $f:\ x \mapsto -\dfrac{4}{5}x+2$.

1°) Calculer les images par *f* de 25 et de $-\dfrac{1}{2}$.

2°) Déterminer l'antécédent de – 6 par *f*.

**12** Déterminer la fonction affine $f$ telle que $f(-2)=1$ et $f(5)=8$.
Déterminer ses coefficients et donner son sens de variation.

**13** On considère le programme de calcul suivant :

« Je prends un nombre.
Je le multiplie par 2.
J'ajoute 5 au résultat. »

**Compléter la phrase :**

Ce programme de calcul correspond à la fonction affine $f:\ x \mapsto$ ………………….

**14** Soit ABCD un carré de côté 4. Soit M un point quelconque de $[AB]$.
On pose $AM = x$ et l'on note $f(x)$ l'aire du triangle BDM.
1°) Déterminer l'intervalle de définition de *f*.
2°) Exprimer $f(x)$ en fonction de *x*.
3°) Tracer la représentation graphique de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) du plan.

**15** Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 5$ et $AD = 2$.
On note I le milieu de $[BC]$. Pour tout point M de $[AB]$, on pose $x = AM$ et l'on note $f(x)$ l'aire du triangle DMI.
1°) Sur quel intervalle la fonction *f* est-elle définie ?
2°) Démontrer que l'on a $f(x) = 5-\dfrac{x}{2}$ (détailler les calculs).
3°) Former le tableau de variations de *f*.

# Solutions

| | | |
|---|---|---|
| $f(x)=2x-5$ | $a=2$ | $b=-5$ |
| $f(x)=x+1$ | $a=1$ | $b=1$ |
| $f(x)=-3x+1$ | $a=-3$ | $b=1$ |
| $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ | $a=-\frac{1}{2}$ | $b=\frac{1}{2}$ |
| $f(x)=3x$ | $a=3$ | $b=0$ |

$\boxed{2}$

| | Réécriture de $f(x)$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)=\frac{2x+1}{4}$ | $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $f(x)=1-2x$ | $f(x)=-2x+1$ | $-2$ | $1$ |
| $f(x)=\frac{x}{2}+3$ | $f(x)=\frac{1}{2}x+3$ | $\frac{1}{2}$ | $3$ |
| $f(x)=\frac{3x}{4}$ | $f(x)=\frac{3}{4}x+0$ | $\frac{3}{4}$ | $0$ |
| $f(x)=x\sqrt{2}-1$ | $f(x)=\sqrt{2}\times x-1$ | $\sqrt{2}$ | $-1$ |

$\boxed{3}$ $f:\ x\mapsto -5x+2$

1°) Calculer l'image de 2 par *f*.

$f(2)=-5\times 2+2$

$f(2)=-8$

2°) Calculer l'image de $\frac{1}{5}$ par *f*.

$$f\left(\frac{1}{5}\right)=-\cancel{5}\times\frac{1}{\cancel{5}}+2$$

$$=-1+2$$

$$=1$$

3°) Déterminer l'antécédent de 0 par *f*.

On résout l'équation $-5x+2=0$.

On obtient immédiatement $x=\frac{2}{5}$.

L'antécédent de 0 par *f* est $\frac{2}{5}$.

4°) Déterminer l'antécédent de 2 par *f*.

$-5x+2=2$

$-5x=2-2$

$-5x=0$

$x=\frac{0}{-5}$

L'antécédent de 2 par *f* est 0.

$\boxed{4}$

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | 5 |

$\boxed{7}$ On considère une fonction affine $f:\ x\mapsto ax+b$.
Déterminer $a$ et $b$ sachant que $f(3)=1$ et $f(5)=9$.

$\rightarrow$ Calcul de $a$ :

On a une formule dans le cours :

$$a=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} \quad \text{ou} \quad a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

On applique la formule.

On prend $x_1=3$ et $x_2=5$.

On obtient :

$a=\dfrac{f(3)-f(5)}{3-5}$

$a=\dfrac{1-9}{-2}$

$a=\dfrac{-8}{-2}$

$a=4$

Donc en remplaçant dans la formule de $f(x)$, on obtient $f(x)=4x+b$.

$\rightarrow$ Calcul de $b$ :

Il n'y a pas de formule.

On utilise soit que $f(3)=1$ soit que $f(5)=9$ (au choix).

$f(3)=1$ donne $4\times3+b=1$ donc $b=-11$.

Conclusion : $f(x)=4x-11$

**8**

$f(1)=-2$ $\quad$ $f(-3)=1$

$a=-\dfrac{1}{2}$ $\quad$ $b=-\dfrac{1}{2}$

**11**

$f:\ x\mapsto-\dfrac{4}{5}x+2$

1°)

$f(25)=-18$

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{12}{5}$

2°) L'antécédent de – 6 par *f* est 10.

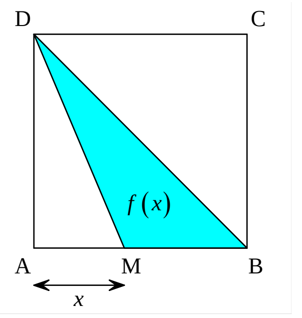
**12** La fonction affine *f* a pour expression $f(x)=x+3$.

**14**

$x=\text{AM}$

$f(x)=$ aire de BDM

On commence par faire une figure assez grande avec une disposition correcte pour les points A, B, C, D.
On marque un point M quelconque sur $[\text{AB}]$.




1°) Le carré ABCD a pour côté 4 donc $x$ varie entre 0 et 4.

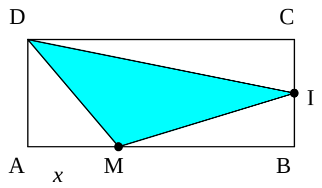
On en déduit que $f$ est définie sur l'intervalle $[0\,;4]$.

2°) Pour calculer l'aire du triangle BDM, on applique la formule de l'aire d'un triangle quelconque $\dfrac{\text{base}\times\text{hauteur}}{2}$ en prenant $[\text{BM}]$ pour base. La hauteur correspondante est $[\text{AD}]$.

$$\begin{aligned}f(x)&=\mathscr{A}_{\text{BDM}}\\&=\frac{\text{BM}\times\text{AD}}{2}\\&=\frac{(4-x)\times4}{2}\\&=2(4-x)\\&=8-2x\end{aligned}$$

$\boxed{\textbf{15}}$

$x = \text{AM}$
$f(x) = $ aire de DMI




1°) $f$ est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$.

2°) On ne peut pas calculer l'aire du triangle DMI directement.

$$f(x) = \mathscr{A}_{\text{ABCD}} - \left(\mathscr{A}_{\text{ADM}} + \mathscr{A}_{\text{BMI}} + \mathscr{A}_{\text{CDI}}\right) \qquad \text{ou} \qquad f(x) = \mathscr{A}_{\text{ABCD}} - \mathscr{A}_{\text{ADM}} - \mathscr{A}_{\text{BMI}} - \mathscr{A}_{\text{CDI}}$$

$$= 10 - \left(\frac{2x}{2} + \frac{(5-x)\times 1}{2} + \frac{1\times 5}{2}\right)$$

$$= 10 - \frac{2x+5-x+5}{2}$$

$$= 10 - \frac{x+10}{2}$$

$$= \frac{20-(x+10)}{2}$$

$$= \frac{10-x}{2}$$

$$= 5 - \frac{x}{2}$$

3°) Former le tableau de variations de *f*.

Comme le coefficient $-\dfrac{1}{2}$ est strictement négatif, la fonction $f$ est strictement négatif sur l'intervalle $[0\,;5]$.
On dresse alors sans difficulté le tableau de variations de *f*.

| $x$ | 0 | 5 |
|---|---|---|
| Variation de *f* | 5 ↘ | $\frac{5}{2}$ |

On calcule les images de 0 et 5 par *f* afin de compléter le tableau.