



Répondre très lisiblement, sans rature, sans abréviation, en écrivant au stylo à plume.  
Ne rien écrire sur l'énoncé en dehors de ce qui est demandé (même au crayon).

Nom : ..... Prénom : ..... **Note : ..... / 20**

### I. (12 points) QCM

Pour chaque question, il y a une seule réponse possible. Indiquer laquelle.

Ne rien écrire, ne rien entourer, ne rien surligner sur ce qui suit.

Remplir le tableau de réponses au verso (commencer par remplir ce tableau au crayon ; seulement à la fin, écrire les réponses choisies à l'encre).

Le barème est le suivant :

- chaque bonne réponse rapporte un point ;
- chaque mauvaise réponse enlève un point ;
- une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Dans les questions 1 à 6,  $(u_n)$  désignera une suite arithmétique définie sur  $\mathbb{N}$  de raison  $a$ .

**Question 1.** Si  $u_0 = 2$  et  $a = 4$ , alors  $u_{10} =$

- A. 42
- B. 24
- C. 12

**Question 2.** Si  $u_1 = 5$  et  $a = -2$ , alors  $u_8 =$

- A. -11
- B. -9
- C. 19

**Question 3.** Si  $u_7 = 79$  et  $u_8 = 82$ , alors  $a =$

- A. 3
- B. 1
- C. 80,5

**Question 4.** Si  $u_{10} = 4$  et que  $u_{35} = 54$ , alors  $a =$

- A. 50
- B. 2
- C. 25

**Question 5.** Si  $u_1 = 10$  et  $u_{100} = 20$ , alors  $u_1 + u_2 + \dots + u_{100} =$

- A. 3 000
- B. 1 500
- C. 7 500

**Question 6.** Si  $u_0 = -2$  et  $u_{50} = -140$ , alors  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{50} =$

- A. -3 621
- B. -3 550
- C. 3 621

Dans les questions 7 à 12 (sauf dans la question 10 qui ne fait pas référence à une suite),  $(u_n)$  désignera une suite géométrique définie sur  $\mathbb{N}$  de raison  $b$ .

**Question 7.** Si  $u_0 = \frac{1}{8}$  et  $b = 2$ , alors  $u_{10} =$

- A. 1 024
- B. 128
- C. 20,125

**Question 8.** Si  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_1 = 4$ , alors  $b =$

- A. 2
- B. 8
- C. 3,5

**Question 9.** Si  $u_0 = 1$ ,  $u_2 = 9$  et  $(u_n)$  n'est pas monotone, alors  $b =$

- A. 9
- B. 3
- C. -3

**Question 10.** On pose  $S = 0,01 - 0,1 + 1 - 10 + 100 - 1000 + \dots + 100\,000\,000$ .

On obtient  $S =$

- A. 11 111 111
- B. 9 090 909,092
- C. 90 909 090,91

**Question 11.** Si  $u_0 = 0,5$  et  $b = 2$ , alors  $u_0 + u_1 + \dots + u_{10} =$

- A. 1 023,5
- B. 511,5
- C. 2818,75

**Question 12.** Si  $u_1 = 128$  et  $b = 0,5$ , alors  $u_1 + u_2 + \dots + u_{10} =$

- A. 255,875
- B. 704,6875
- C. 255,75

**Tableau de réponses à compléter très lisiblement à l'encre et sans rature (ni blanc) :**

Les lettres doivent être écrites en majuscules.

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Note
Réponse	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	

**Pour les exercices II, III et IV, compléter sans justifier les cadres en ne mettant qu'un seul résultat à chaque fois.**

**II. (2 points)** Soit  $a$  un réel tel que  $\cos a = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ . Donner la valeur de  $\cos 2a$  (ne pas détailler le calcul).

$$\cos 2a = \dots\dots\dots \text{ (un seul résultat)}$$

**III. (4 points)** Simplifier les expressions proposées où  $x$  désigne un réel quelconque (écrire un seul résultat) :

$$\cos x \times \cos(5x) - \sin(5x) \times \sin x = \dots\dots\dots \text{ (un seul résultat)}$$

$$\cos(3x) \times \sin(8x) - \cos(8x) \times \sin(3x) = \dots\dots\dots \text{ (un seul résultat)}$$

**IV. (2 points)** Soit  $a$  un réel de l'intervalle  $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$  tel que  $\cos 2a = \frac{1}{8}$ . Donner la valeur de  $\cos a$  (ne pas détailler le calcul).

$$\cos a = \dots\dots\dots \text{ (un seul résultat)}$$

**Bonus au choix (chacun sur 1 point) :**

**1.** Simplifier l'expression suivante où  $x$  désigne un réel quelconque :

$$A = \cos x \times \sin 2x \times \sin 3x + \sin x \times \cos 2x \times \sin 3x + \sin x \times \sin 2x \times \cos 3x - \cos x \times \cos 2x \times \cos 3x.$$

Donner le résultat sous la forme la plus simple possible

$$A = \dots\dots\dots$$

**2.** On considère l'algorithme suivant :

**Entrée :** N un entier naturel non nul

**Initialisation :** S prend la valeur 0

**Traitement :** **Pour** K allant de 0 à N **Faire**  
     | Affecter à S la valeur S+K  
     **FinPour**

**Sortie :** Afficher S

**Fin de l'algorithme**

Quelle est la valeur affichée par S si on fait fonctionner l'algorithme pour  $N = 100$  ?

$$\dots\dots\dots$$

Donner la démarche ou écrire le programme de calculatrice (en langage de la calculatrice) qui permet d'obtenir le résultat (un résultat non justifié ne sera pas pris en compte).

.....

.....

.....

.....

.....

# Corrigé du contrôle du 6 mai 2011

## I. QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Réponse	A	B	A	B	B	A	B	B	C	C	A	C

### Question 9.

On trouve  $b^2 = 9$ . Donc  $b = 3$  ou  $b = -3$ .

Or la suite  $(u_n)$  n'est pas monotone donc il n'est pas possible que  $b > 0$  (cf. cours).

On en déduit que  $b = -3$ .

### Question 10

On peut taper tous les nombres sur calculatrice ou bien calculer la somme des termes d'une suite géométrique de raison  $-10$ .

### Réponse C

## II.

$$\cos a = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

Calculons  $\cos 2a$ .

$$\begin{aligned}\cos 2a &= 2\cos^2 a - 1 \\ &= 2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 1 \\ &= 2 \times \frac{2}{9} - 1 \\ &= \frac{4}{9} - 1 \\ &= -\frac{5}{9}\end{aligned}$$

$$\cos 2a = -\frac{5}{9}$$

## III.

$$\cos x \times \cos(5x) - \sin(5x) \times \sin x = \cos(x+5x) = \cos 6x$$

$$\cos(3x) \times \sin(8x) - \cos(8x) \times \sin(3x) = \sin(8x) \times \cos(3x) - \sin(3x) \times \cos(8x) = \sin(8x-3x) = \sin 5x$$

$$\cos x \times \cos(5x) - \sin(5x) \times \sin x = \cos 6x$$

$$\cos(3x) \times \sin(8x) - \cos(8x) \times \sin(3x) = \sin 5x$$

$$\text{IV. } a \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$$
$$\cos 2a = \frac{1}{8}$$

### Calculons $\cos a$ .

$$\begin{aligned}\text{On a : } \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{8}}{2} \\ &= \frac{\frac{9}{8}}{2} \\ &= \frac{9}{16}\end{aligned}$$

Or  $a \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$  (ne pas oublier) donc  $\cos a \leq 0$ .

On en déduit que  $\cos a = -\frac{3}{4}$ .

$$\cos a = -\frac{3}{4}$$

# Correction des bonus

## 1. Simplification de l'expression :

$$A = \cos x \times \sin 2x \times \sin 3x + \sin x \times \cos 2x \times \sin 3x + \sin x \times \sin 2x \times \cos 3x - \cos x \times \cos 2x \times \cos 3x.$$

$$\begin{aligned} A &= \cos x \times \sin 2x \times \sin 3x + \sin x \times \cos 2x \times \sin 3x + \sin x \times \sin 2x \times \cos 3x - \cos x \times \cos 2x \times \cos 3x \\ &= (\cos x \times \sin 2x + \sin x \times \cos 2x) \times \sin 3x + (\sin x \times \sin 2x - \cos x \times \cos 2x) \times \cos 3x \\ &= \sin 3x \times \sin 3x + (-\cos 3x) \times \cos 3x \\ &= \sin^2 3x - \cos^2 3x \\ &= -(\cos^2 3x - \sin^2 3x) \\ &= -\cos 6x \end{aligned}$$

## 2. Algorithme :

<b>Entrée :</b>	N un entier naturel non nul
<b>Initialisation :</b>	S prend la valeur 0
<b>Traitement :</b>	Pour K allant de 0 à N Faire :   Affecter à S la valeur S + K FinPour
<b>Sortie :</b>	Afficher S
<b>Fin de l'algorithme</b>	

Si on fait fonctionner l'algorithme pour  $N = 100$ , la valeur affichée par S est : **5050**.

Il y a deux démarches possibles pour justifier ce résultat :

- soit on reconnaît la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 0 et de raison 1
- soit on rédige un programme sur calculatrice.

**Méthode 1 :** formule sommatoire de la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique

Il y a deux façons de voir selon que l'on fait démarrer la somme à 0 ou à 1.

La valeur affichée par S à la fin de l'algorithme est :  $S = 1 + 2 + \dots + 100 = 100 \times \frac{1+100}{2}$  (somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 1).

La valeur affichée par S à la fin de l'algorithme est :  $S = 0 + 1 + 2 + \dots + 100 = 101 \times \frac{0+100}{2}$  (somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 1).

**Méthode 2 :** programmes sur calculatrice

### Programmes sur TI

		TI 82		
: Prompt N		: Input N	: Prompt N	: Input "N=", N
: 0 → S	Programme maladroit	: 0 → S	: 0 → S	: 0 → S
: For(I,0,N)	: Prompt S, N	: For(I,0,N)	: For(I,0,N)	: For(K,0,N)
: S + I → S	: 0 → S	: S + I → S	: S + I → S	: S + K → S
: End	: For(K,0,N)	: End	: End	: Disp "S=", S
: Disp S	: S + K → S	: Disp S	: Disp S	: End
	: Disp S			
	: End			

Attention à la place du « End » et du « Disp S ». On peut les intervertir à la fin du programme.

### Programme sur Casio

$N \neq 0$

$0 \rightarrow S$

For K → 0 to N

S + K → S

Next S ▲