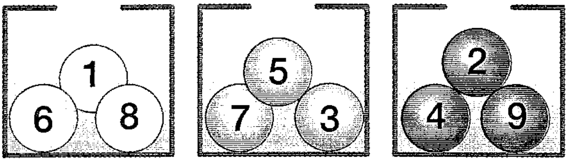
32 Un enchaînement logique ?

Aziz, Bill et Clara disposent chacun d'une urne comprenant trois boules numérotées.



Aziz Bill Clara

Les joueurs se rencontrent deux par deux : chacun tire au hasard une boule de son urne. Le gagnant est celui qui a obtenu le numéro le plus grand.

1. Aziz contre Bill

On a croisé, dans un tableau, les issues possibles du tirage de Aziz et du tirage de Bill.
On a obtenu 9 couples équiprobables, auxquels on a associé un gagnant.
Quelle est la probabilité que Aziz l'emporte sur Bill ?

A \ B	3	5	7
1	(1, 3) B	(1, 5) B	(1, 7) B
6	(6, 3) A	(6, 5) A	(6, 7) B
8	(8, 3) A	(8, 5) A	(8, 7) A

2. Bill contre Clara

L'étude des chances de gain de Bill et de Clara lorsqu'ils se rencontrent, est donnée par ce second tableau.
Quelle est la probabilité que Bill l'emporte sur Clara ?

B \ C	2	4	9
3	(3, 2) B	(3, 4) C	(3, 9) C
5	(5, 2) B	(5, 4) B	(5, 9) C
7	(7, 2) B	(7, 4) B	(7, 9) C

3. Aziz contre Clara

a. Conjecture

À partir des résultats précédents, que pensez vous – *a priori* – des chances de gagner respectives de Aziz et de Clara lors d'une rencontre ?
Que pouvez vous attendre de la probabilité que Aziz l'emporte sur Clara ?

b. Vers une preuve ?

Construire le tableau, semblable aux précédents, illustrant une rencontre entre Aziz et Clara.
Qu'obtenez vous comme probabilité de victoire de Aziz sur Clara ? En quoi, la situation révèle-t-elle ici un paradoxe ? Avez-vous une explication ?

Point info

Il paraît rationnel de considérer que si A prend le plus souvent l'ascendant sur B, et B sur C, c'est A qui l'emportera sur C avec les plus grandes chances. Le marquis de Condorcet (1743-1794) a prouvé qu'on ne pouvait pas ainsi « ordonner les préférences ».
La situation précédente vient illustrer ce que l'on appelle **« Le paradoxe de Condorcet »**.