1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du jeudi 20 janvier 2011 (3 h)

Répondre très lisiblement et sans rature, en écrivant au stylo à plume et sans utiliser d'abréviation.

Il est demandé de ne rien écrire sur l'énoncé et de conserver le sujet (ne pas le rendre dans la copie).

Pour tous les exercices, à l'exception des exercices **VI** et **VII**, on donnera les réponses sur la feuille de réponses (écrire au stylo à plume très lisiblement, sans rature ; abréviations interdites).

Les exercices **VI** et **VII** devront être rédigés sur une copie séparée.
Encadrer tous les résultats demandés en rouge à la règle.

I. (2 points) Soit A un événement d'un espace probabilisé (Ω, P).
On pose $P(\text{A}) = x$.

1°) Déterminer la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que $2P(\text{A}) + 5P(\overline{\text{A}}) = \frac{11}{4}$.

2°) Déterminer la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que $P(\text{A}) \times P(\overline{\text{A}}) = 0{,}24$.

II. (6 points) On lance deux dés équilibrés à six faces. On note les numéros des faces supérieures de chacun des deux dés. On modélise l'expérience aléatoire par la loi d'équiprobabilité P sur l'univers Ω des possibles.

- Si la somme des deux nombres apparus est 2 ou 11, on gagne 2 euros.
- Si la somme est 7, on perd 2 euros.
- Si une autre somme est obtenue, on ne perd ni ne gagne rien.

1°) On note X le gain algébrique en euros.
a) Compléter la phrase : « X peut prendre les valeurs $x_1 = \ldots\ldots\ldots$, $x_2 = \ldots\ldots\ldots$ et $x_3 = \ldots\ldots\ldots$. »
Donner la loi de probabilité de X dans un tableau de la forme ci-dessous ; on ne demande pas de détailler les calculs ; on écrira les différentes probabilités sous la forme de fractions ayant toutes le même dénominateur.

x_i				
$P(\text{X} = x_i)$				Total = 1

b) Compléter à l'aide de nombres (et de nombres uniquement) l'algorithme suivant rédigé en langage naturel qui permet de simuler la variable aléatoire X.

Initialisation :
X prend la valeur 0

Traitement :
a prend la valeur d'un entier aléatoire de 1 à 6
b prend la valeur d'un entier aléatoire de 1 à 6
S prend la valeur *a* + *b*

Si S = 2 ou S = 11 alors
| X prend la valeur ……
FinSi

Si S = 7 alors
| X prend la valeur ……
FinSi

Sortie :
Afficher X

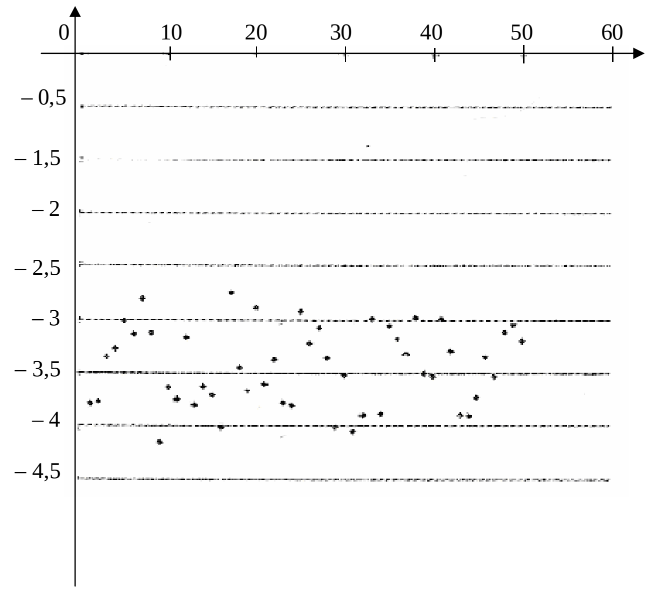
2°) a) Calculer l'espérance de X (donner le résultat sans détailler les calculs).
b) Une partie se joue en 18 lancers. Si on effectue un grand nombre de parties, combien peut-on espérer gagner ou perdre en moyenne ?
c) L'algorithme ci-dessous permet de simuler le gain correspondant à 18 lancers successifs indépendants.

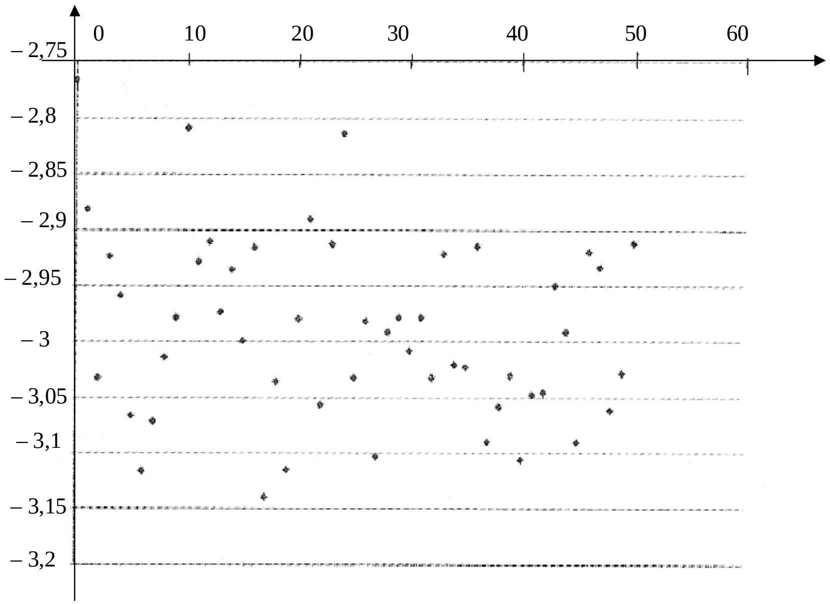
Initialisation :
G prend la valeur 0

Traitement :
Pour *i* allant de 1 à 18 **Faire**
| *a* prend la valeur d'un entier aléatoire de 1 à 6
| *b* prend la valeur d'un entier aléatoire de 1 à 6
| S prend la valeur *a* + *b*
| **Si** S = 2 ou S = 11 alors
| | G prend la valeur G + 2
| **FinSi**
|
| **Si** S = 7 alors
| | G prend la valeur G – 2
| **FinSi**
FinPour

Sortie :
Afficher G

On simule 50 fois 200 parties de 18 lancers (1$^{\text{er}}$ graphique), puis on simule 50 fois 2000 parties de 18 lancers (2$^{\text{e}}$ graphique).On note à chaque fois le gain moyen.
On obtient les nuages de points suivants.





Ces nuages de points vous semblent-ils en accord avec le résultat de la question b) ?

III. (4 points) Un élève doit répondre à un questionnaire vrai/faux, formé de trois questions Q_1, Q_2 et Q_3. Il répond au hasard à chaque question. Pour chacune d'elles, la réponse de l'élève peut-être juste (J), fausse (F) ou inexistante (case vide). Si elle est juste, il obtient 2 points ; si elle est fausse, il perd 1 point ; s'il ne répond pas, il obtient 0 point.
Les résultats possibles sont consignés dans le tableau suivant :

Q_1	Q_2	Q_3	Points obtenus
			0
		J	2
		F	– 1
	J		2
	J	J	4
	J	F	1
	F		– 1
	F	J	1
	F	F	– 2
J			2
J		J	4
J		F	1
J	J		4
J	J	J	6
J	J	F	3
J	F		1
J	F	J	3
J	F	F	0
F			– 1
F		J	1
F		F	– 2
F	J		1
F	J	J	3
F	J	F	0
F	F		– 2
F	F	J	0
F	F	F	– 3

1°) On note X la note de l'élève (total des points, positif ou négatif).
Donner la loi de probabilité de X. Pour cela, on complètera un tableau de la forme suivante.
On donnera les résultats sous forme de fractions ayant toutes le même dénominateur.

x_i	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	6	
$P(X = x_i)$										Total = 1

2°) Quelle note, en moyenne, un élève répondant au hasard peut-il espérer obtenir ?

IV. (5 points) Au rayon TV-vidéo d'un grand magasin, on propose pendant un mois une promotion concernant deux produits : un téléviseur 16/9 et un lecteur de DVD. Chaque client peut acheter au maximum un téléviseur et un lecteur DVD parmi ceux en promotion.
On constate que, parmi les clients qui se présentent à ce rayon, 80 % n'achètent pas le téléviseur, 72 % n'achètent pas le lecteur DVD et 60 % n'achètent ni le téléviseur ni le lecteur DVD.
On choisit un client au hasard parmi ceux qui se présentent au rayon. On note T l'événement « ce client achète le téléviseur » et D l'événement « ce client achète le lecteur DVD ».
Dans cet exercice, on donnera toutes les probabilités sous forme décimale (on ne demande pas de détailler les calculs).

1°) Déterminer la probabilité des événements $T \cap D$, $T \cap \overline{D}$ et $\overline{T} \cap D$.

2°) Calculer la probabilité que le client achète un téléviseur ou un lecteur DVD.

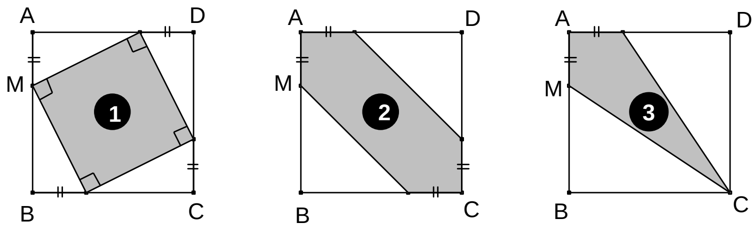
3°) Le prix du lecteur de DVD seul est 99 €, le prix du téléviseur seul est 299 €, et si le client achète les deux ensemble, le prix est de 349 €. On note X la variable aléatoire égale au prix payé en euros par un client qui se présente au rayon. (Ne pas oublier que certains n'achètent rien).

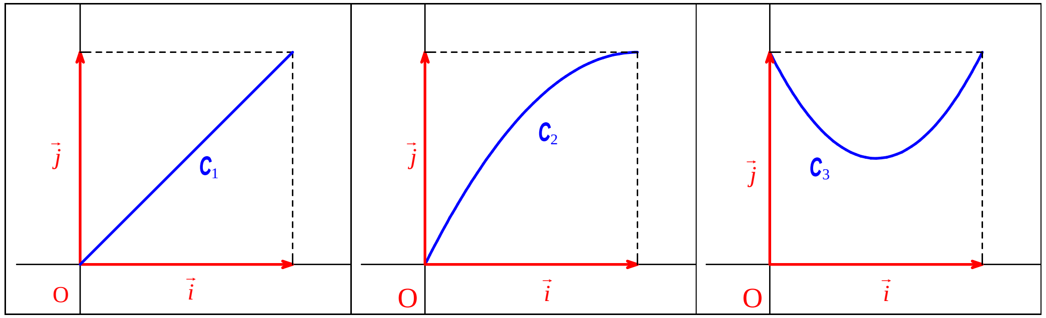
Quelles sont les valeurs possibles de X ?
Faire une phrase du type : « X peut prendre les valeurs $x_1 = \ldots\ldots\ldots$, $x_2 = \ldots\ldots\ldots$ etc… . ».

Déterminer la loi de probabilité de X.

V. (6 points) Soit ABCD un carré de côté 1 (une unité de longueur étant choisie) et M un point mobile sur le segment [AB].
Chaque courbe représente l'aire du domaine grisé sur une configuration en fonction de $x = \text{AM}$.
Chaque fonction donne l'aire du domaine grisé sur une configuration.

Associer à chaque configuration la courbe et la fonction correspondante sans justifier.





$f(x) = -x^2 + 2x$ $\qquad$ $g(x) = x$ $\qquad$ $h(x) = 2x^2 - 2x + 1$

VI. (7 points) Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f'(x)$.

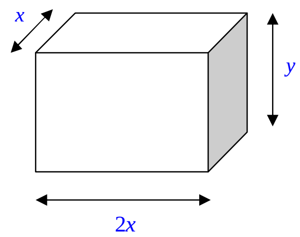
Faire un tableau comprenant l'étude du signe de $f'(x)$ et les variations de la fonction f.

Faire le tableau de variations ainsi que toutes les flèches à la règle.
Ne pas oublier de préciser la (ou les) valeur(s) d'annulation de la dérivée.
Calculer au brouillon les valeurs des extremums locaux et compléter le tableau de variation avec ces valeurs.
2°) Donner une équation de la tangente D à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1.
3°) Existe-il des points de $\mathcal{C}$ en lesquels la tangente à $\mathcal{C}$ est parallèle à la droite L d'équation $9x - y - 5 = 0$?
Si oui, donner les abscisses de ces points.

Pour cet exercice, on sera très attentif sur la rédaction en respectant les modèles de rédaction suivant :

- « La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. »
- « Une équation de D s'écrit ….. ».
- « $\mathcal{C}$ admet une tangente parallèle à L aux points d'abscisses ……….. ».

VII. (7 points) Un laboratoire pharmaceutique fabrique un produit solide conditionné sous la forme d'un parallélépipède rectangle dont le volume est égal à $576\ \text{mm}^3$.
On note y la hauteur ; ses autres dimensions sont x et $2x$ (x et y sont en mm).



1°) a) Calculer y en fonction de x.

b) Démontrer que la surface totale, en mm^2, de ce solide est donnée par $S(x) = 4\left(x^2 + \dfrac{432}{x}\right)$.

2°) Les conditions d'emballage imposent que x soit compris entre 3 et 12 au sens large.
Calculer $S'(x)$ (donner le résultat sous la forme d'un seul quotient).
Dresser un tableau comprenant l'étude du sens de variation de la fonction S sur l'intervalle [3, 12].
Ne pas oublier de préciser la (ou les) valeur(s) d'annulation de la dérivée ainsi que les 0 figurant au numérateur ou au dénominateur de la dérivée.
Calculer les extremums locaux au brouillon et compléter le tableau de variation avec les valeurs de ces extremums (mettre ces extremums bien placés c'est-à-dire au bout des flèches de variations).

Indication : Pour l'étude du signe de la dérivée, on pourra remarquer que $216 = 6^3$ et utiliser le sens de variation de la fonction cube.

En déduire les dimensions du parallélépipède rectangle pour que la surface totale soit minimale et préciser la valeur de la surface minimale.

VIII. (4 points) Logique mathématique

1°) On considère une fonction f définie sur l'intervalle [– 4 ; 4] dont les variations sont données dans le tableau ci-dessous :

x	-4		-3		0		4
Variations de f	5	↘	-1	↗	0	↘	-2

Dire sans justifier si les implications suivantes sont vraies ou fausses.
Ces implications portent sur un réel x quelconque dans l'intervalle [– 4 ; 4].

1ère implication : $x \geqslant 0 \Rightarrow f(x) \leqslant 0$.

2e implication : $x \leqslant 0 \Rightarrow f(x) \leqslant 0$.

2°) Compléter l'équivalence logique suivante qui porte sur deux réels a et b quelconques.

$$(a^2 = ab) \Leftrightarrow (\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ ou } \ldots\ldots\ldots\ldots)$$

3°) On considère l'implication suivante (proposition conditionnelle) valable pour tout quadrilatère ABCD :

« Si ABCD est un losange, alors (AC) $\perp$ (BD). »

Cette implication est vraie (propriété bien connue du losange).

Compléter la phrase suivante correspondant à l'implication ci-dessus (en utilisant les lettres A, B, C, D) :

Une **condition nécessaire** pour que ABCD soit un losange est : ………………………………………………

Cette condition est-elle **suffisante** ?

IX. (1 point) Algorithme

On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel.

Variables :
A, n, i : entiers naturels

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
A prend la valeur 1

Traitement :
Pour i allant de 1 à n **Faire**
  A prend la valeur A $\times$ i
FinPour

Sortie :
Afficher A

Quel est le nombre de sortie si le nombre d'entrée n est égal à 7 ?

Prénom et nom : ……………………………………………………..

Feuille de réponses

I (2)	II (6)	III (4)	IV (4)	V (5)	VI (7)	VII (7)	VIII (4)	IX (1)

I. (2 points)

1°) ……..

2°) ……..

II. (6 points)

1°)

a) X peut prendre les valeurs $x_1 =$ ...., $x_2 =$ .... et $x_3 =$ ....

Loi de probabilité de X :

x_i				
$P(\mathrm{X} = x_i)$				Total = 1

b) Algorithme de simulation de X.

```
[…]

Si  S = 2 ou S = 11 alors
  | X prend la valeur ……
FinSi

Si  S = 7 alors
  | X prend la valeur ……
FinSi

[…]
```

2°)

a) Espérance de X : E(X) = ……

b) Si on effectue un grand nombre de parties, on peut espérer ……………………………………………………………

……

c) Commentaires sur les nuages de points

……

……

……

III. (4 points)

1°) Loi de probabilité de X :

x_i	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	6	
$P(\mathrm{X} = x_i)$										Total = 1

2°)

……

……

……

……

……

……

IV. (5 points)

1°) P (T ∩ D) = ……………… P(T ∩ $\overline{\text{D}}$) = ……………… P($\overline{\text{T}}$ ∩ D) = ………………

2°)
………

………

………

3°)

………

………

………

x_i		
$P\left(\text{X}=x_i\right)$		Total =1

V. (6 points)

	①	②	③
Courbe	……………………….	……………………….	……………………….
Fonction	……………………….	……………………….	……………………….

VIII. (4 points) Logique mathématique

1°)

La 1ère implication est …………..

La deuxième implication est …………..

2°) $(a^2 = ab) \Leftrightarrow$ (…………………… ou ……………………)

3°) Une **condition nécessaire** pour que ABCD soit un losange est : ……………………………………………

Cette condition est-elle **suffisante** ? ☐ oui ☐ non

IX. (1 point) Algorithme

Si le nombre d'entrée est 7, alors le nombre de sortie est ………… .

Corrigé du contrôle du 20 janvier 2011

I. On a : $P(\mathrm{A}) = x$ donc $P(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - x$.

1°) Déterminons la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que $2P(\mathrm{A}) + 5P(\overline{\mathrm{A}}) = \frac{11}{4}$ (1).

(1) $\Leftrightarrow 2x + 5(1-x) = \frac{11}{4}$

$\Leftrightarrow 5 - 3x = \frac{11}{4}$

$\Leftrightarrow 3x = 5 - \frac{11}{4}$

$\Leftrightarrow 3x = \frac{9}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

2°) Déterminons la (ou les) valeur(s) de x telle(s) que $P(\mathrm{A}) \times P(\overline{\mathrm{A}}) = 0{,}24$ (2).

(2) $\Leftrightarrow x(1-x) = 0{,}24$

$\Leftrightarrow x - x^2 = 0{,}24$

$\Leftrightarrow x^2 - x + 0{,}24 = 0$

Considérons le polynôme ….

[…]

On en déduit que $x = 0{,}4$ ou $x = 0{,}6$.

II.

1°) a) X peut prendre les valeurs $x_1 = 2$, $x_2 = -2$ et $x_3 = 0$.
On dresse un arbre de possibilités au brouillon.
Il y a 36 résultats possibles.

x_i	2	– 2	0	
$P(\mathrm{X} = x_i)$	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{27}{36}$	Total =1

b) Algorithme de simulation de X.

```
[…]

Si  S = 2 ou S = 11 alors
 | X prend la valeur 2
FinSi

Si  S = 7 alors
 | X prend la valeur – 2
FinSi

[…]
```

2°)

a) $\mathrm{E}(\mathrm{X}) = -\frac{1}{6}$

Question non demandée : calcul de la variance et de l'écart-type $\mathrm{V}(\mathrm{X}) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$ et $\sigma(\mathrm{X}) = \frac{\sqrt{35}}{6}$.

b) $18 \times \left(-\frac{1}{6}\right) = -3$

Si on effectue un grand nombre de parties, on perdra en moyenne 3 euros.

c) Les nuages de points sont en accord avec les résultats précédents.
En effet, les ordonnées des points sont relativement « groupées » autour de – 3.

N.B. : L'algorithme proposé est intéressant car il propose une instruction conditionnelle à l'intérieur d'une boucle Pour.

III.

1°)

x_i	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	6	
$P(\mathrm{X} = x_i)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$	Total = 1

2°) Déterminons quelle note, en moyenne, un élève répondant au hasard peut espérer obtenir.

On calcule l'espérance.

$$\mathrm{E(X)} = -3\times\frac{1}{27} - 2\times\frac{1}{27} - 1\times\frac{3}{27} + 0\times\frac{4}{27} + 1\times\frac{6}{27} + 2\times\frac{3}{27} + 3\times\frac{3}{27} + 4\times\frac{3}{27} + 6\times\frac{1}{27}$$

$$= -\frac{3}{27} - \frac{2}{27} - \frac{1}{27} + \frac{6}{27} + \frac{6}{27} + \frac{9}{27} + \frac{12}{27} + \frac{6}{27}$$

$$= 1$$

Donc l'élève peut espérer avoir 1 en répondant au hasard à ce QCM.

IV.

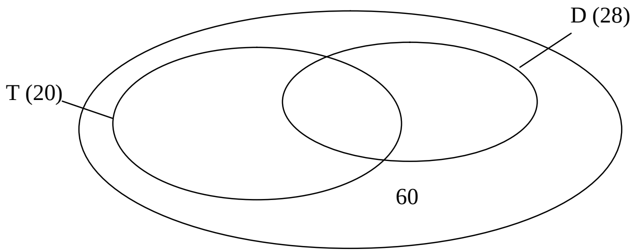
On peut utiliser un tableau à double entrée en se ramenant à un total de 100.

	T	$\overline{\text{T}}$	Total
D	8	20	28
$\overline{\text{D}}$	12	60	72
Total	20	80	100

En bleu, les nombres de l'énoncé.

En noir, les nombres que l'on peut calculer.

On peut aussi utiliser un digramme de Venn mais c'est un peu moins évident.



Nous sommes dans un cas d'équiprobabilité.

1°)
P (T ∩ D) = 0,08 P(T ∩ $\overline{\text{D}}$) = 0,12 P($\overline{\text{T}}$ ∩ D) = 0,2

2°) P (T ∪ D) = P (T) + P(D) – P(T ∩ D)
= 0,2 + 0,28 – 0,08
= 0,04

3°) X peut prendre les valeurs $x_1 = 99$, $x_2 = 299$, $x_3 = 349$, $x_4 = 0$.

x_i	99	299	349	0	
$P(\text{X} = x_i)$	0,2	0,12	0,08	0,6	Total =1

N.B. : On pourrait calculer l'espérance de X.

V.

On calcule toutes les aires par différence.

Figure 1 :	**Figure 2 :**	**Figure 3 :**
$\mathcal{A} = 1 - 4 \times \frac{x(1-x)}{2}$ $= 1 - 2x(1-x)$ $= 1 - 2x + 2x^2$	$\mathcal{A} = 1 - 2 \times \frac{(1-x)^2}{2}$ $= 1 - (x^2 - 2x + 1)$ $= 2x - x^2$	$\mathcal{A} = 1 - 2 \times \frac{(1-x) \times 1}{2}$ $= 1 - (1-x)$ $= x$

	①	②	③
Courbe	$\mathcal{C}_3$	$\mathcal{C}_2$	$\mathcal{C}_1$
Fonction	h	f	g

La fonction f est la restriction d'une fonction polynôme du second degré.
Sa représentation graphique est donc une partie de parabole dont le sommet est S(1 ; 0) (on rappelle que le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ a pour abscisse $-\frac{b}{2a}$).

De plus cette parabole est tournée vers le bas.

La fonction g est une fonction linéaire.
Sa représentation graphique est donc une partie de la droite d'équation $y = x$.

La fonction h est une fonction polynôme du second degré.
Sa représentation graphique est donc une partie de parabole dont le sommet est $\text{S}\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$. De plus cette parabole est tournée vers le haut.

On peut utiliser la calculatrice pour vérifier les résultats précédents.

VI. $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 2$

1°) Calculons $f'(x)$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = 3x^2 - 6x$$
$$= 3x(x-2)$$

On cherche les valeurs charnières c'est-à-dire les valeurs qui annulent chaque facteur.

$3x = 0$ $x = 0$	$x - 2 = 0$ $x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f		$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	

On vérifie que les variations de *f* sont en accord avec la courbe obtenue sur l'écran d'une calculatrice graphique.

2°) Donnons une équation de la tangente *D* à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1.

Une équation de *D* s'écrit : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.

$f(1) = 0$

$f'(1) = -3$

D a donc pour équation $y = -3(x-1) + 0$ soit $y = -3x + 3$.

3°) Déterminons s'il existe des points de $\mathcal{C}$ en lesquels la tangente à $\mathcal{C}$ est parallèle à la droite *L* d'équation $9x - y - 5 = 0$.

L a pour équation réduite $y = 9x - 5$.
Le coefficient directeur de *L* est donc égal à 9.

On résout l'équation $f'(x) = 9$ (1).

L'équation (1) est successivement équivalente à

$3x^2 - 6x = 9$

$3x^2 - 6x - 9 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = -1$ (racine évidente) ou $x = 3$ (obtenue par produit)

$\mathcal{C}$ admet une tangente parallèle à *L* aux points d'abscisses – 1 et 3.

Attention à la conclusion :

$\mathcal{C}$ admet une tangente parallèle à *L* aux points d'abscisses $x = -1$ et $x = 3$. MAUVAIS

$\mathcal{C}$ admet une tangente parallèle à *L* aux points d'abscisses $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$. CORRECT

Attention à ne pas utiliser le symbole // en tant qu'abréviation dans une phrase.

VII.

1°) a) Exprimons *y* en fonction de *x*.

Le volume du parallélépipède est égale à 576 cm^2 donc $x \times 2x \times y = 576$ (1).

(1) donne successivement :

$2x^2 \times y = 576$

$y = \dfrac{576}{2x^2}$

$$\boxed{y = \dfrac{288}{x^2}}$$

b) Démontrons que la surface totale, en mm^2, de ce solide est donnée par $S(x) = 4\left(x^2 + \dfrac{432}{x}\right)$.

L'aire totale du parallélépipède est égale à :

$S(x) = 2xy + 2 \times 2x \times y + 2 \times 2x \times x$

$S(x) = 2xy + 4xy + 4x^2$

$S(x) = 4x^2 + 6xy$

$S(x) = 4x^2 + 6x \times \dfrac{288}{x^2}$

$S(x) = 4x^2 + 6x \times \dfrac{288}{x^2}$

$S(x) = 4x^2 + \dfrac{1728}{x}$

$S(x) = 4\left(x^2 + \dfrac{432}{x}\right)$

2°) La fonction *S* est dérivable sur l'intervalle [3, 12] comme restriction d'une fonction rationnelle (on peut le voir en mettant au même dénominateur l'expression).

Pour effectuer le calcul de la dérivée, on effectue une réécriture qui permet de faciliter la dérivation.

$$S(x) = 4\left(x^2 + 432 \times \frac{1}{x}\right)$$

$\forall\, x \in [3, 12]$ $\quad S'(x) = 4\left(2x - \frac{432}{x^2}\right)$.

$$\begin{aligned} S'(x) &= 4\left(\frac{2x^3 - 432}{x^2}\right) \\ &= 8 \times \frac{x^3 - 216}{x^2} \\ &= 8 \times \frac{x^3 - 6^3}{x^2} \end{aligned}$$

Étudions le signe de $x^3 - 6^3$.

La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. .

Si $x > 6$, alors $x^3 > 6^3$ et $x^3 - 6^3 > 0$.

Si $x < 6$, alors $x^3 < 6^3$ et $x^3 - 6^3 < 0$.

Le signe de

x	3		6		12
Signe de $x^3 - 6^3$		+	0	+	
Signe de x^2		+		+	
Signe de $S'(x)$		–	0	+	
Variations de S		$\searrow$	432	$\nearrow$	720

Déduisons-en les dimensions du parallélépipède rectangle pour que la surface totale soit minimale.

D'après le tableau de variation, la fonction S présente un minimum global sur [3, 12] obtenu pour $x = 6$. Ce minimum est égal à 432.

Dans ce cas, les autres dimensions du parallélépipède sont $2x = 12$ et $y = \frac{288}{x^2} = \frac{288}{36} = 8$.

VIII. Logique mathématique

1°) **1ère implication :** $x \geqslant 0 \Rightarrow f(x) \leq 0$. Cette implication est vraie.

2e implication : $x \leqslant 0 \Rightarrow f(x) \leq 0$. Cette implication est fausse.

2°)

$$(a^2 = ab) \Leftrightarrow (a = 0 \text{ ou } a = b)$$

Justification :

$$\begin{aligned} (a^2 = ab) &\Leftrightarrow (a^2 - ab = 0) \\ &\Leftrightarrow a(a-b) = 0 \\ &\Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } a - b = 0 \\ &\Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } a = b \end{aligned}$$

3°) « Si ABCD est un losange, alors (AC) $\perp$ (BD). »

Une **condition nécessaire** pour que ABCD soit un losange est : (AC) $\perp$ (BD).

Cette condition n'est pas **suffisante** (en effet, ce n'est pas parce qu'un quadrilatère perpendiculaire que c'est un losange).

IX.

***i* = 1.** Valeur de A après le 1er passage dans la boucle : $1 \times 1 = 1$

***i* = 2.** Valeur de A après le 2e passage dans la boucle : $1 \times 2 = 2$

***i* = 3.** Valeur de A après le 3e passage dans la boucle : $2 \times 3 = 6$

***i* = 4.** Valeur de A après le 4e passage dans la boucle : $6 \times 4 = 24$

***i* = 5.** Valeur de A après le 5e passage dans la boucle : $24 \times 5 = 120$

***i* = 6.** Valeur de A après le 6e passage dans la boucle : $120 \times 6 = 720$

***i* = 7.** Valeur de A après le 7e passage dans la boucle : $720 \times 7 = 5\,040$

Si le nombre d'entrée est 7, le nombre de sortie est 5 040.