1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 17 décembre 2010 (1 h 30)

Répondre très lisiblement et sans rature, en écrivant au stylo à plume et sans utiliser d'abréviation.

Prénom et nom : ………………………………………………….

Note :
…… /40 = **…… /20**

I. (4 points) Questions de cours (compléter <u>sans faire de phrases</u>)

1°) Soit A et B deux événements d'un espace probabilisé (Ω, P).
Quelle relation peut-on écrire entre les probabilités de A, B, $A \cup B$ et $A \cap B$?

………………………………………………………………………...

2°) Soit A et B deux parties (ou sous-ensembles) quelconques d'un ensemble E.
Compléter les équivalences suivantes où x est un élément de E.

$x \in A \cup B$ équivaut à ……….……………………… ; $x \in A \cap B$ équivaut à ……….………………………

3°) Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.
On suppose que f est dérivable en un réel a de I et que la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse a est horizontale.

Compléter : $f'(a) = \ldots\ldots$

II. (4 points)

1°) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$.

Quel est le degré du polynôme $f(x)$? ………. (donner uniquement la valeur sans faire de phrase, sans écrire d'égalité)

Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout réel x on ait : $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.

a = ……..	b = ……..	c = ……..

Recherche au brouillon. Indiquer le nom de la méthode utilisée : …..……………………………………….....

2°) Compléter le tableau ci-contre donnant les variations de la fonction $g : x \mapsto x^2 - 2x + 3$.
Faire figurer la valeur de l'extremum. Faire les flèches de variations à la règle.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Variations de g	

III. (2 points) On considère le polynôme $P(x)=x(x+1)^3-(x^2+1)^2-x-3$.
Dire sans justifier si chacune des affirmations ci-dessous est vraie ou fausse.

1°) Le polynôme $P(x)$ est de degré 4.	…………
2°) Le nombre 1 est une racine de $P(x)$.	…………

IV. (4 points) On considère un triangle ABC du plan *P*. On note I le barycentre des points pondérés (A ; 3) et (B ; 2) et J le barycentre des points pondérées (A ; 2) et (C ; 3).

Aucune figure n'est demandée.

Le but de l'exercice est de déterminer :

- l'ensemble *E* des points M du plan *P* tels que $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{BC}$;
- l'ensemble *F* des points M du plan *P* tels que $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\|$.

Question préliminaire

Soit M un point quelconque du plan *P*. Compléter directement les égalités vectorielles :

$3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=$……… ; $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=$………

Recherche de l'ensemble *E*.

Soit M un point quelconque du plan.

Compléter la chaîne d'équivalences ci-dessous :

M $\in$ *E* si et seulement si $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

si et seulement si ………….. est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

si et seulement si ………….. est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

Compléter la conclusion en identifiant clairement l'ensemble *E* :

L'ensemble *E* est ……………………………………………………………………………………

Recherche de l'ensemble *F*.

Détailler la démarche de la même manière que pour l'ensemble *E*.
(On rédigera la chaîne d'équivalence sous la forme « M $\in F$ si et seulement si ……….. ».)

……….....

……….…..

……….…..

……….…..

……….…..

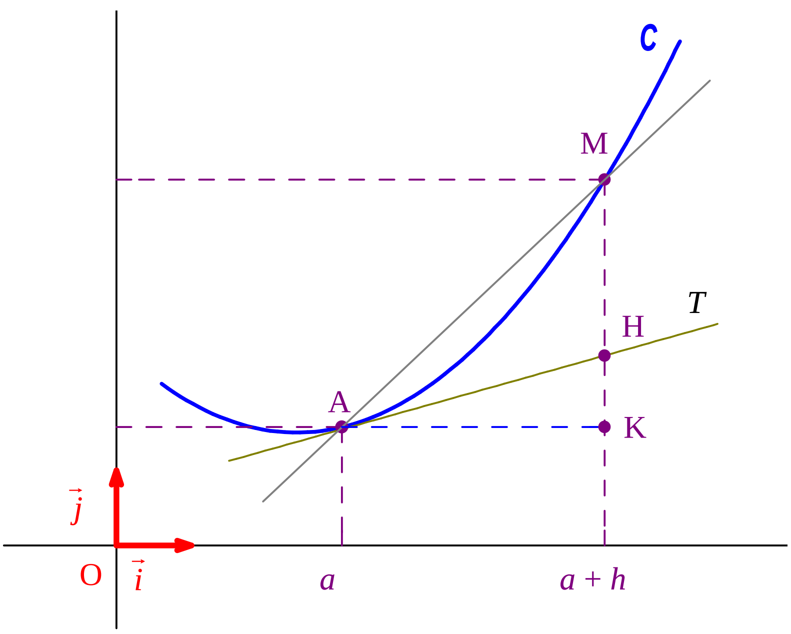
……….…..

……….…..

V. (3 points) Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit a un réel fixé dans I et h un réel non nul tel que $a + h$ appartienne à I.
On note :
✶ A et M les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives a et $a + h$.
✶ T la tangente à $\mathcal{C}$ au point A ;
✶ H le point de la tangente T qui a la même abscisse que M.

Dans cet exercice on demande uniquement des expressions littérales.

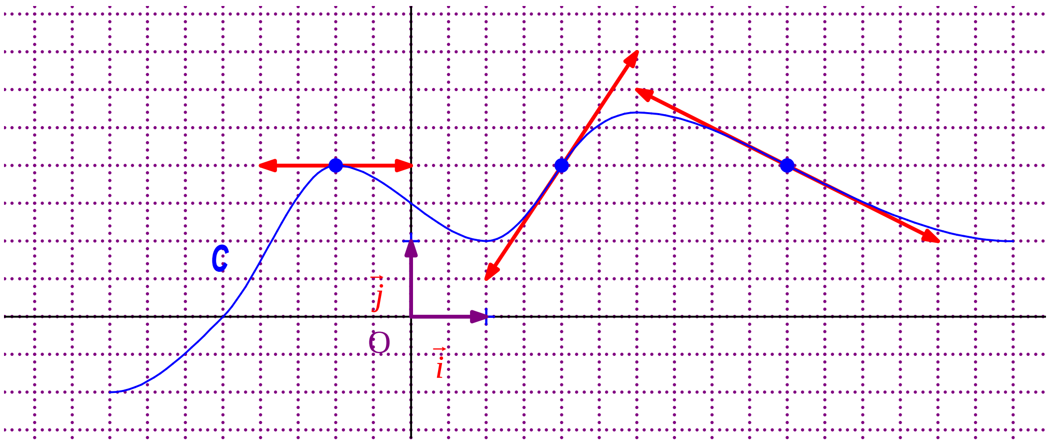


1°) Donner le coefficient directeur de la droite (AM).	……………………………………………….…………
2°) Donner une équation de *T*.	……………………………………………….…………
3°) Donner l'ordonnée du point H.	……………………………………………….…………

VI. (2 points) Compléter directement les égalités ci-dessous (un seul résultat chaque fois ; effectuer la recherche au brouillon).

$\lim\limits_{h\to 0}\left(1-2\sqrt{9+2h}\right) = $ ……..	$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1-(1-h)^2}{h} = $ ……..

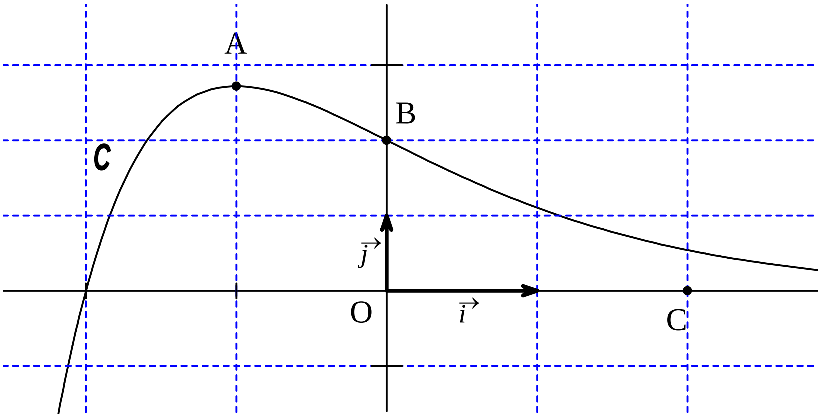
VII. (3 points) On donne ci-dessous la représentation graphique $\mathcal{C}$ d'une fonction *f* dérivable sur son ensemble de définition. On a tracé les tangentes en quelques points.



Compléter directement sur cette feuille les phrases suivantes :

- Le nombre dérivé de *f* en – 1 est égal à : …………………
- Le nombre dérivé de *f* en 2 est égal à : …………………
- Le nombre dérivé de *f* en 5 est égal à : …………………

VIII. (3 points) On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On sait que la tangente au point A de $\mathcal{C}$ d'abscisse – 1 est horizontale et que la tangente au point B de $\mathcal{C}$ d'abscisse 0 passe par le point C(2 ; 0).



Tracer sur ce graphique les tangentes D et D' à $\mathcal{C}$ respectivement aux points A et B.

1°) Donner les coefficients directeurs de D et D'.

Coefficient directeur de D : ……	Coefficient directeur de D' : ……

2°) On s'intéresse à la droite D'. Etudier graphiquement la position de $\mathcal{C}$ par rapport à D' (on utilisera les mots « au-dessus », « au-dessous », « sécante », « située »). Comment appelle-t-on une telle tangente ?

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

IX. (4 points) Une urne contient trois boules : une boule bleue, une boule rouge et une boule jaune.
On tire une boule au hasard. On ne la remet pas dans l'urne.
On tire une deuxième boule au hasard dans l'urne. On la remet dans l'urne.
On tire une troisième boule dans l'urne.
On note les boules dans l'ordre d'apparition.

1°) Faire un arbre de possibilités au brouillon puis compléter la phrase ci-dessous.

Le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire est égale à ……………….

2°) On note P la loi d'équiprobabilité sur l'univers des possibles associé à l'expérience aléatoire.
On note E l'événement « La première boule est bleue » et F l'événement « Le tirage contient deux boules de la même couleur ».
Compléter sans détailler les calculs (un seul résultat à chaque fois sous forme d'une fraction irréductible) :

$P(\text{E})$ = ………..	$P(\text{F})$ = ………..	$P(\text{E} \cap \text{F})$ = ………..	$P(\text{E} \cup \text{F})$ = ………..

X. (4 points) On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer trois fois de suite un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1°) **Algorithme de simulation**

Dans le but d'établir un programme de simulation de cette expérience, on écrit l'algorithme suivant rédigé en langage naturel.

> **Initialisation :**
> S prend la valeur 0
>
> **Traitement :**
> **Pour** *i* allant de 1 jusqu'à 3 **Faire**
> | *f* prend la valeur d'un entier aléatoire de 1 à 6
> | S prend la valeur S + *f*.
> **FinPour**
>
> **Sortie :**
> Afficher S.

La variable *i* (qui sert de compteur) est un entier naturel ; elle varie avec un « pas » de 1 (c'est-à-dire de 1 en 1).
La variable *f* (variable interne) peut prendre les valeurs 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
On notera bien que le contenu de la variable S évolue au fur et à mesure du déroulement de l'algorithme.

a) Cet algorithme comporte une boucle Pour.

Combien y a-t-il d'itérations (c'est-à-dire de répétitions) ? ……………. (donner le résultat sans justifier)

b) Que représente le contenu de la variable *f* à chaque passage dans la boucle (par rapport à l'expérience aléatoire que l'on cherche à simuler) ?

…………………………………………………………………………………………

c) Que représente le contenu de la variable S à la fin de l'algorithme (par rapport à l'expérience aléatoire que l'on cherche à simuler) ?

……...………………………………………………………………………………

2°) Probabilités (question indépendante du 1°))

On modélise l'expérience aléatoire par une loi d'équiprobabilité *P* sur l'univers des possibles associé à l'expérience aléatoire.

a) Donner le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire (on pourra esquisser un arbre au brouillon).

Le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire est égal à ……… .

b) Calculer la probabilité de l'événement E : « La somme des trois numéros est égale à 5 » (résultat sous forme d'une fraction irréductible).

P (E) = …………...

XI. (2 points) On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On calcule la somme des numéros des faces supérieures ; on désigne par X cette somme.

1°) On modélise l'expérience aléatoire par une loi d'équiprobabilité P sur l'univers des possibles associé à l'expérience aléatoire.
Donner sans donner le détail des calculs la valeur de $P\left(\mathrm{X}=6\right)$ (résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

$$\boxed{P\left(\mathrm{X}=6\right)=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

2°) A l'aide d'un algorithme on a simulé cette expérience aléatoire.
Le tableau ci-dessous donne la fréquence de chaque somme (les sommes sont notées sur la première ligne dans les colonnes 2 à 13).

Nombre d'expériences	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Total**
50	0,04	0,06	0,12	0,08	0,16	0,06	0,14	0,16	0,1	0,08	0	1
150	0,06	0,04	0,12	0,1	0,13	0,11	0,11	0,15	0,1	0,06	0,02	1
1000	0,028	0,056	0,077	0,121	0,138	0,158	0,135	0,121	0,087	0,056	0,023	1
5000	0,0288	0,0554	0,0762	0,1124	01362	0,1652	0,14	0,1142	0,0866	0,0576	0,0274	1
10 000	0,0299	0,0593	0,077	0,1135	0,1383	0,1624	0,136	0,1166	0,0831	0,0576	0,0263	1

Comparer la fréquence de la somme 6 avec la valeur calculée au 1°) lorsqu'on augmente le nombre d'expériences. Faire une phrase correctement rédigée.

………...

………...

………...

XII. (2 points) On considère une variable aléatoire X définie sur un espace probabilisé (Ω, P) prenant les valeurs $x_1=-2$, $x_2=0$ et $x_3=4$. Sa loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous.

x_i	-2	0	4
$P\left(\mathrm{X}=x_i\right)$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{4}$

Donner l'espérance et la variance de X.

$\boxed{\mathrm{E(X)} = \ldots\ldots\ldots}$ $\boxed{\mathrm{V(X)} = \ldots\ldots\ldots}$

XIII. (3 points) Logique

A l’aide des énoncés ci-dessous, formuler deux implications vraies en utilisant les mots « si » et « alors » satisfaisant les contraintes suivantes :

- Utiliser une égalité pour l’une au moins des deux implications.
- Ne pas utiliser deux fois le même énoncé.

Il est bien évident que l’on n’utilisera pas tous les énoncés.

$AK + KB = AB$

K est le milieu de [AB]

$KA = KB$

K appartient à la médiatrice de [AB]

Le triangle AKB est isocèle en K.

(1)	……………………………………………………………………………………………….. ………………………………………………………………………………………………..
(2)	……………………………………………………………………………………………….. ………………………………………………………………………………………………..

Ecrire la contraposée de l’une de ces deux implications (en choisissant une implication qui utilise une égalité).

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

A la fin du contrôle :

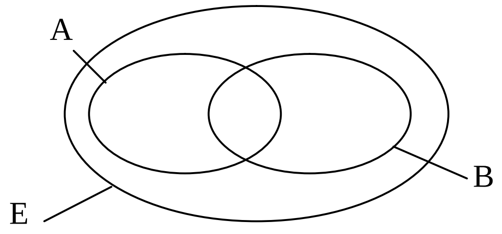
- relire la copie pour vérifier que les notations employées sont rigoureuses ;
- corriger les fautes d’orthographe éventuelles ;
- relire la copie pour le soin.

Corrigé du contrôle du 17 décembre 2010

I. Questions de cours

1°) **Probabilités ; probabilité d'une réunion :** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

2°) **Ensembles ; intersection et réunion de deux ensembles :**



$x \in A \cup B$ équivaut à **$x \in A$ ou $x \in B$** ; $x \in A \cap B$ équivaut à **$x \in A$ et $x \in B$**.

Ecriture incorrectes :

$x \in A \cup B$ équivaut à **$x \in A$ ou B** ; $x \in A \cap B$ équivaut à **$x \in A$ et B**.

$x \in A \cup B$ équivaut à **A ou B** ; $x \in A \cap B$ équivaut à **A et B**.

3°) **Dérivée ; tangente horizontale :** $f'(a) = 0$

II.

1°) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$.

Quel est le degré de ce polynôme ? 3

Déterminons trois réels a, b, c tels que pour tout réel x on ait : $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.

$a = 1$	$b = -2$	$c = 3$

Méthode utilisée : au choix méthode des coefficients indéterminés (la plus simple), schéma de Hörner ou méthode de la division euclidienne.

Solution détaillée pour la méthode des coefficients indéterminés :

On pose $g(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.

Pour tout réel x $\quad g(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$.

Par identification des coefficients, on obtient le système $\begin{cases} a=1 \\ b-a=-3 \\ c-b=5 \\ -c=-3 \end{cases}$.

En résolvant ce système, on trouve $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases}$.

2°) Tableau de variations de la fonction $g : x \mapsto x^2-2x+3$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de g	$\searrow$	2	$\nearrow$

On applique la règle du cours sur les variations d'une fonction polynôme du second degré.

On calcule $-\dfrac{-2}{2\times1}=1$.

La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 1]$ et croissante sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$.

On calcule la valeur du minimum global de g sur $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} g(1) &= 1^2-2\times1+3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

III. $P(x)=x(x+1)^3-(x^2+1)^2-x-3$

1°) Le polynôme $P(x)$ est de degré 4.	Faux
2°) Le nombre 1 est une racine de $P(x)$.	Vrai

Justifications :

1°) $\forall x \in \mathbb{R} \qquad P(x)=x(x^3+3x^2+3x+1)-(x^4+2x^2+1)-x-3$

$$= 3x^3+x^2-4$$

Donc $\deg[P(x)]=3$

2°)
$$\begin{aligned} P(1) &= 1\times(1+1)^3-(1^2+1)^2-1-3 \\ &= 2^3-2^2-1-3 \\ &= 8-4-1-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

On en déduit que 1 est une racine (ou un zéro) de $P(x)$.

IV. Question préliminaire

$$3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=5\overrightarrow{MI} \qquad ; \qquad 2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MJ}$$

Recherche de l'ensemble *E*.

Soit M un point quelconque du plan.

M $\in$ *E* si et seulement si $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

si et seulement si $5\overrightarrow{MI}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

si et seulement si $\overrightarrow{MI}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

L'ensemble *E* est la parallèle à (BC) passant par I.

Recherche de l'ensemble *F*.

Soit M un point quelconque du plan.

M $\in$ *F* si et seulement si $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\|$

si et seulement si $\left\|5\overrightarrow{MI}\right\|=\left\|5\overrightarrow{MJ}\right\|$

si et seulement si $|5|\times\left\|\overrightarrow{MI}\right\|=|5|\times\left\|\overrightarrow{MJ}\right\|$

si et seulement si $5\times MI=5\times MJ$

si et seulement si $MI=MJ$

L'ensemble *F* est la médiatrice de [IJ].

V.

1°) Coefficient de la droite (AM) :	$\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$
2°) Equation de *T* :	$y=f'(a)(x-a)+f(a)$
3°) Ordonnée du point H :	$hf'(a)+f(a)$

Justifications :

1°) Formule du coefficient directeur d'une droite.

2°) Equation d'une tangente (formule du cours).

3°) $y_H=f'(a)(x_H-a)+f(a)$

$=f'(a)(a+h-a)+f(a)$

$=hf'(a)+f(a)$

VI.

$\lim\limits_{h\to 0}\left(1-2\sqrt{9+2h}\right)=-5$	$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1-(1-h)^2}{h}=2$

Justification de la 2^e^ limite :

Pour calculer cette 2^e^ limite, on doit transformer l'expression.

$$\forall h\in\mathbb{R}^* \quad \frac{1-(1-h)^2}{h}=\frac{1-1+2h-h^2}{h}$$
$$=\frac{2h-h^2}{h}$$
$$=2-h$$

On peut alors calculer la limite quand h tend vers 0. Pour cela, on remplace h par 0 dans l'expression simplifiée.

VII.

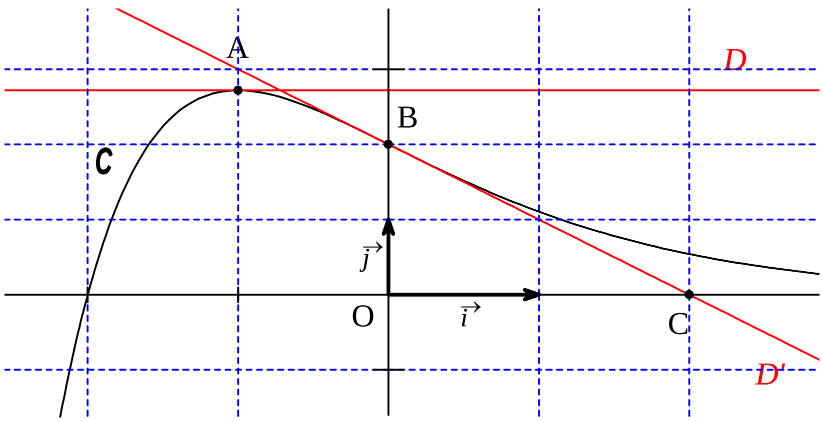
● Le nombre dérivé de f en – 1 est égal à : 0 (coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse – 1 ; il s'agit d'une tangente horizontale).

● Le nombre dérivé de f en 2 est égal à : $\frac{3}{2}$ (coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2).

.

● Le nombre dérivé de f en 5 est égal à : $-\frac{1}{2}$ (coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 5).

VIII.



1°)

Coefficient directeur de D : 0 (D est une tangente horizontale)	Coefficient directeur de D' : – 1

2°) Position de $\mathcal{C}$ par rapport à D' :

Pour décrire la position d'une courbe par rapport à une droite, il faut employer des mots appropriés.
Les mots « concourantes » et confondues ne s'emploient pas ici. Pour s'en convaincre, il suffit de consulter la définition de ces termes.

Il est important d'employer les mots justes : « concourantes », « confondues » n'ont rien à faire.

D'après le graphique, on peut dire que :

- Si $x \in]-\infty ; 0[$, alors $\mathcal{C}$ est strictement au-dessous de D'.
- Si $x \in]0 ; +\infty[$, alors $\mathcal{C}$ est strictement au-dessus de D'.
- $\mathcal{C}$ et D' sont sécantes au point B.

On peut employer d'autres mots. Par exemple :

- Si $x \in]-\infty ; 0[$, alors $\mathcal{C}$ est **située** strictement au-dessous de D'.
- Si $x \in]0 ; +\infty[$, alors $\mathcal{C}$ est **située** strictement au-dessus de D'.
- $\mathcal{C}$ et D' se coupent au point B.

ou

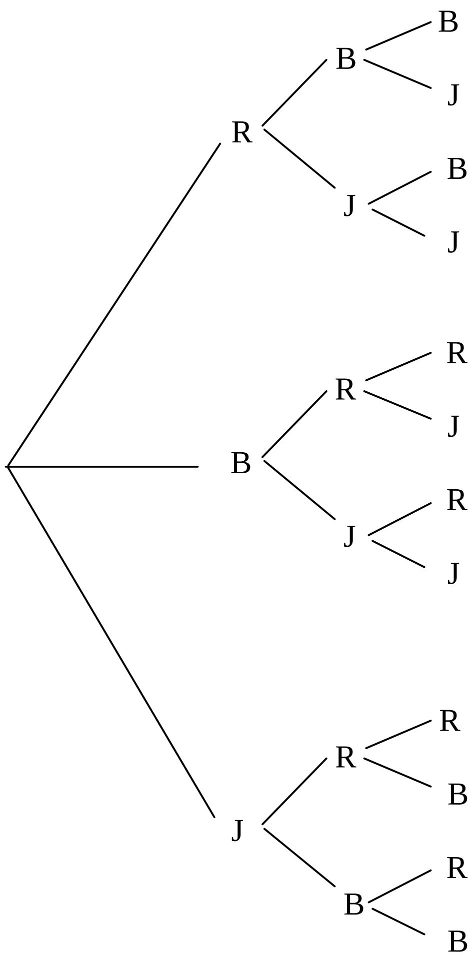
- Si $x \in]-\infty ; 0[$, alors $\mathcal{C}$ se trouve strictement au-dessous de D'.
- Si $x \in]0 ; +\infty[$, alors $\mathcal{C}$ se trouve strictement au-dessus de D'.
- $\mathcal{C}$ et D' se coupent au point B.

On dit que D' est une **tangente d'inflexion** (à cause du changement de position).
On dit aussi que B est un **point d'inflexion** de la courbe $\mathcal{C}$.

Attention, on ne parle pas de **« tangente traversante »** comme l'on écrit quelques élèves.

IX.

1°) On note B la boule bleue, R la boule rouge et J la boule jaune.



Il y a 3 × 2 × 2 = 12 résultats possibles pour l'expérience aléatoire.

2°) On applique la formule de Laplace pour les trois premiers calculs de probabilité.

$P(\mathrm{E}) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$ (il y a 4 résultats possibles pour E)

$P(\mathrm{F}) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$ (il y a 6 résultats possibles pour F)

$P(\mathrm{E} \cap \mathrm{F}) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$ (il y a 2 résultats possibles pour G)

$$\begin{aligned} P(\mathrm{E} \cup \mathrm{F}) &= P(\mathrm{E}) + P(\mathrm{F}) - P(\mathrm{E} \cap \mathrm{F}) \quad \text{(formule du cours)} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

X.

1°) **Algorithme de simulation**

a) Combien y a-t-il d'itérations (c'est-à-dire de répétitions) ? 3

b) Que représente le contenu de la variable f à chaque passage dans la boucle (par rapport à l'expérience aléatoire que l'on cherche à simuler) ?

Le résultat du lancer du dé à l'étape *i* (il est très important d'apporter cette précision dans la réponse).

c) Que représente le contenu de la variable S à la fin de l'algorithme (par rapport à l'expérience aléatoire que l'on cherche à simuler) ?

La somme des trois numéros sortis.

Remarques :

1. Comme l'algorithme utilise des nombres au hasard, le nombre de sortie sera à chaque fois différent.

2. L'énoncé aurait pu donner un algorithme sans boucle, tel que celui-ci :

```
A prend la valeur d'un entier d'un entier aléatoire de 1 à 6.
B prend la valeur d'un entier d'un entier aléatoire de 1 à 6.
C prend la valeur d'un entier d'un entier aléatoire de 1 à 6.
S prend la valeur A + B + C.
Afficher S.
```

2°) Probabilités

a) Nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire :

Le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire est égal à $6^3 = 216$.

b) Probabilité de l'événement E : « La somme des trois numéros est égale à 5 » :

Il y a 6 résultats possibles pour l'événement E : (2 ; 2 ; 1), (1 ; 2 ; 2), (2 ; 1 ; 2), (3 ; 1 ; 1), (1 ; 3 ; 1), (1 ; 1 ; 3).
D'après la formule de Laplace, on a donc :

$$\boxed{P(\mathrm{E}) = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}}$$

XI.

1°) Le bon modèle consiste à différencier les dés et à considérer l'ensemble des couples (a, b) ou a et b sont deux entiers compris entre 1 et 6 muni de la loi d'équiprobabilité.

Le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire est égal à 36 (faire un arbre ou un tableau).

$P\left(\mathrm{X}=6\right)=P\left(\text{"obtenir une somme égale à 6"}\right)$

Il y a 5 résultats possibles pour l'événement (X = 6) : (1 ; 5), (5 ; 1), (2 ; 4), (4 ; 2), (3 ; 3).

Remarque : problème de modélisation

Dans le bon modèle, on prend comme univers des possibles l'ensemble des couples (a, b) (avec ordre) où a et b sont deux entiers compris entre 1 et 6 et l'on munit cet univers de la loi d'équiprobabilité.

On pourrait être tenté de prendre comme univers des possibles l'ensemble des paires {a, b} (sans ordre) où a et b sont deux entiers compris entre 1 et 6. On commettrait cependant une erreur en munissant cet univers de la loi d'équiprobabilité (car les résultats obtenus ne coïncideraient pas avec l'expérience).

D'après la formule de Laplace, on a :

$$\boxed{P\left(\mathrm{X}=6\right)=\frac{5}{36}}$$

2°)

D'après la calculatrice, $\frac{5}{36}=1{,}38888\underline{8}...$

Lorsqu'on augmente le nombre d'expériences, la fréquence de l'événement « obtenir une somme égale à 6 » se rapproche de la probabilité de cet événement.

XII.

$$\boxed{\mathrm{E}(\mathrm{X}) = 0} \qquad \boxed{\mathrm{V}(\mathrm{X}) = 6}$$

Calcul de l'espérance

$$\mathrm{E}\left(\mathrm{X}\right)=\left(-2\right)\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}=-1+0+1=0$$

Calcul de la variance

Avec la définition : $\mathrm{V}\left(\mathrm{X}\right)=\left(-2-0\right)^2\times\frac{1}{2}+\left(0-0\right)^2\times\frac{1}{4}+\left(4-0\right)^2\times\frac{1}{4}=2+4=6$

Avec la formule de König-Huyghens : $\mathrm{V}\left(\mathrm{X}\right)=\left(-2\right)^2\times\frac{1}{2}+0^2\times\frac{1}{4}+4^2\times\frac{1}{4}=2+4=6$

Les deux formules reviennent au même car l'espérance est nulle.

XIII. Logique

(1)	Si KA = KB, alors K appartient à la médiatrice de [AB].
(2)	Si K est le milieu de [AB], alors AK + KB = AB.

Contraposée de l'implication (1) :

Si K n'appartient pas à la médiatrice de [AB], alors KA $\neq$ KB.

Révisions pour ce contrôle

- variations, extremums et représentations graphiques d'une fonction polynôme du second degré

- polynômes de degré quelconque (factorisation d'un polynôme)

- barycentre de trois points ou plus avec les ensembles de points

- probabilités (révisions de seconde et variables aléatoires) et simulations

- tangente et nombre dérivé (2 premiers chapitres)

- les algorithmes (instruction conditionnelle et boucle pour)

- logique (implication, contraposée, réciproque, phrase quantifiée)

Barème

I. 4 points : 1 point par réponse

II. 4 points
1°) Le degré du polynôme n'est pas noté (question évidente)

a, *b*, *c* : 1 point par réponse

2°) 1 point

III. 2 points
1°) 1 point
2°) 1 point

IV. 4 points
Les deux questions préliminaires ne sont pas notées (sauf exception) car elles sont sensées faire partie intégrante de la recherche des deux ensembles.

Ensemble E : 2 points (1 point pour la chaîne d'équivalences, 1 point pour la conclusion/identification de l'ens.)
Ensemble F : 2 points (idem)

V. 3 points (un point par réponse)

VI. 2 points (1 point par réponse)

VII. 3 points (1 point par réponse)

VIII. 3 points
1°) 2 points : 1 point
2°) 1 point (seules sont comptées les phrases correctement rédigées utilisant les locutions « au-dessus » et « au-dessous ». En revanche, les phrases utilisant les mots « confondues » ou « concourantes » ne sont pas pénalisés.

IX. 4 points
1°) 12 résultats possibles : cette question n'est pas comptée car elle sert pour calculer les 4 probabilités d'événement demandées.
2°) 1 point par réponse

X. 4 points
1°) 2 points
Le nombre d'itérations n'et pas noté (question évidente).
Les deux autres réponses sont notées sur un point chacune.

Les réponses vagues ou incomplètes ne sont pas comptées.

2°) 2 points

XI. 2 points
1°) 1 point
2°) 1 point

XII. 2 points (1 point par réponse)

XIII. 3 points (1 point par réponse)