1ère S1

Contrôle du vendredi 8 octobre 2010 (1 h)

Répondre très lisiblement et sans rature, en écrivant au stylo à plume et sans utiliser d'abréviation. Pour les exercices avec rédaction **VIII** et **IX**, encadrer tous les résultats en rouge à la règle.

Prénom et nom : ……………………………………………………

Note :

…… /40 = **…… /20**

I. (2 points) Questions de cours

1°) Soit x un réel quelconque.

Compléter l'égalité $\boxed{\sqrt{x^2} = \ldots\ldots\ldots}$.

2°) Le plan est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Ecrire l'égalité vectorielle traduisant qu'un point M a pour coordonnées cartésiennes (x, y) dans ce repère.

…………………………………………...

II. (2 points) Soit D un axe de repère $\left(\text{O}, \vec{i}\right)$ tel que $\left\|\vec{i}\right\| = 1$. Soit A, B, M trois points de D d'abscisses respectives – 1, 2 et x où x est un réel quelconque.

Exprimer AM + BM (somme des distances AM et BM) en fonction de x. Donner le résultat sans justifier.

AM + BM = …………………………

III. (2 points) Exprimer $| x - 2 |$ sans valeur absolue suivant les valeurs de x. Aucune explication n'est demandée.

$| x - 2 | =$
- …………….. si ……………….
- …………….. si ……………….

IV. (2 points) Soit x un réel quelconque tel que $1,65 < x < 1,7$.
Donner sans explication la valeur arrondie au dixième de x.

La valeur arrondie au dixième de x est égale à ……………….

V. (4 points) On sait que – 1, 27 est une valeur approchée d'un réel x à 3×10^{-2} près.
Donner le meilleur encadrement possible de x par deux nombres décimaux.

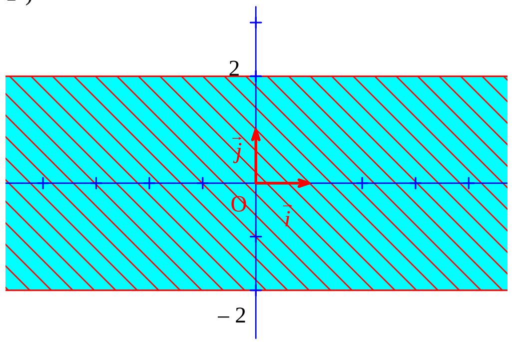
$\ldots\ldots\ldots\ldots \leqslant x \leqslant \ldots\ldots\ldots\ldots$

Compléter la phrase : « Cet encadrement a pour amplitude ………………… . »

VI. (4 points) Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

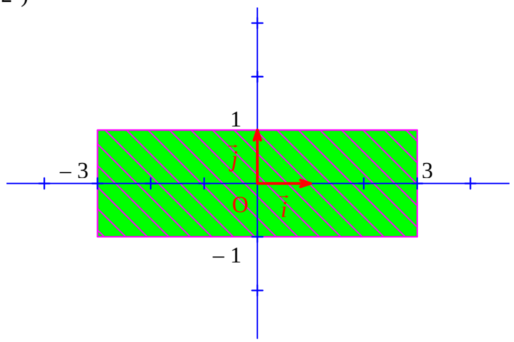
Dans chaque cas, dire à quelle(s) condition(s) M(x, y) appartient à la partie hachurée. Exprimer cette (ces) condition(s) avec la notation valeur absolue en complétant le cadre à côté de chaque graphique **sans rédiger**.
Les frontières de chaque domaine sont comprises.

1°)



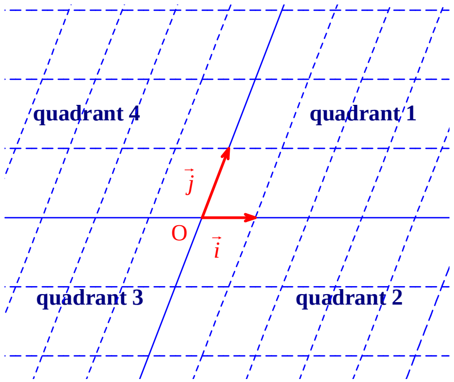
Il s'agit de la bande de plan limitée par les droites d'équations $y = 2$ et $y = -2$; c'est un domaine du plan illimité.

2°)



Dans les exercices VII, VIII, IX, le plan est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ quelconque.

VII. (2 points) Les axes du repère partagent le plan en quatre régions appelées **quadrants** (les frontières sont comprises). Ces quadrants sont notés **quadrant 1** (1er quadrant), **quadrant 2** (2e quadrant), **quadrant 3** (3e quadrant), **quadrant 4** (4e quadrant).



Soit M(x, y) un point quelconque du plan. Compléter chaque équivalence ci-dessous par des inégalités.

M appartient au quadrant 1 si et seulement si ………………………………………………… .

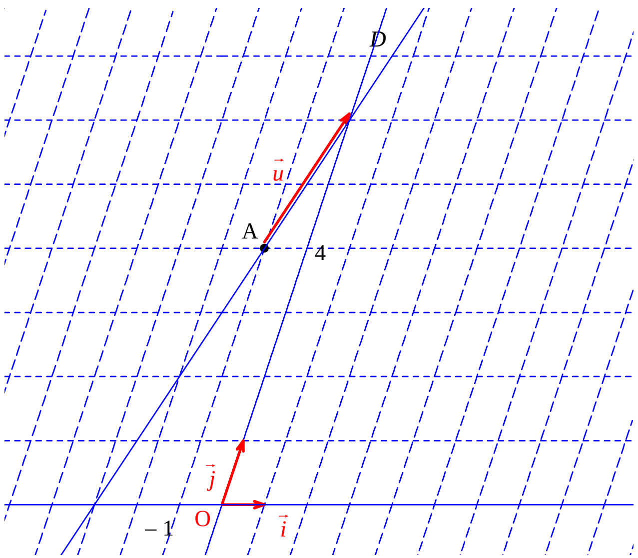
M appartient au quadrant 2 si et seulement si ………………………………………………… .

M appartient au quadrant 3 si et seulement si ………………………………………………… .

M appartient au quadrant 4 si et seulement si ………………………………………………… .

VIII. (8 points) On soignera particulièrement la rédaction des questions 1°) et 2°).

1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite *D* qui passe par le point A(– 1, 4) et admettant le vecteur $\vec{u}$ (1, 2) pour vecteur directeur.



……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

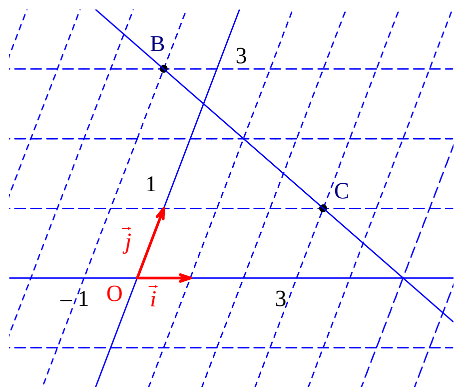
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2°) On considère les points B(– 1, 3) et C(3, 1). Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC).



……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

3°) Soit Δ la droite d'équation cartésienne $3x-2y+4=0$.

Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{v}$ de Δ.

$\vec{v}$ (……. , ……..)

IX. (8 points) On considère les points A(– 2, 2), B(1, – 1), C(6, 0), D(3, 3) et E(0, $\frac{3}{2}$) (figure non demandée).

On soignera particulièrement la présentation des calculs et la rédaction dans cet exercice.

1°) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

2°) Les points A, C, E sont-ils alignés ? Justifier.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

X. (4 points) Algorithmique

1°) On s'intéresse aux deux algorithmes ci-dessous rédigés en langage naturel.
Que produisent ces algorithmes ?
Quelle est différence y a-t-il entre ces deux algorithmes ?

Algorithme 1

Entrée
Saisir x
Traitement
Si $x > 0$, alors
| y prend la valeur x
| **Sinon**
| y prend la valeur $-x$
FinSi
Sortie
Afficher y

Algorithme 2

Entrée
Saisir x
Traitement
Si $x < 0$, alors
| x prend la valeur $-x$
FinSi
Sortie
Afficher x

……

……

……

……

2°) On considère l'algorithme ci-contre (rédigé en langage naturel).
Cet algorithme définit une fonction *f*. On pose $y = f(x)$.
Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
Répondre de manière concise sans faire de phrase

Entrée
Saisir x
Traitement
Si $x < 1$, alors
| y prend la valeur x^2
| **Sinon**
| y prend la valeur $\frac{1}{x}$
FinSi
Sortie
Afficher y

……

……

……

XI. (2 points) Logique

1°) Soit x et y deux réels quelconques.

Compléter l'implication par une condition sans valeur absolue :

« Si $|x| + |y| = 0$, alors ………………………………………………………… . »

L'implication **réciproque** est-elle vraie ? ☐ Oui ☐ Non.

2°) Soit ABC un triangle.
On considère l'énoncé du théorème de Pythagore : « Si ABC est rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ».
Compléter la phrase ci-dessous énonçant la contraposée :

« Si ……………………………………………………………………………………………… ,

alors ……………………………………………………………………………………………… ».

A quoi sert la **contraposée** (pour quel type de démonstration) ?

……

Bonus au choix (à traiter sur une feuille à part)

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x^2 + 3x - 1)^2 + 2(x^2 + 3x - 1) = -1$.

② Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x^2 - 3| \leq 1$.

$1^{ère}$ S1

Corrigé du contrôle du 8 octobre 2010

Programme du contrôle :
- les valeurs absolues (2)
- les coordonnées dans le plan
- les équations de droites
- le début des fonctions de référence
- les algorithmes (instructions conditionnelles)
- la logique (implication, implication réciproque, implication contraposée).

I. Questions de cours

1°) $\sqrt{x^2} = |\,x\,|$ (valeur absolue de x, sans la valeur absolue le résultat est faux)

2°) $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ (égalité vectorielle qui exprime que le point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$).

II.

$$\boxed{AM + BM = |\,x+1\,| + |\,x-2\,|}$$

III.

$$|\,x-2\,| = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \geqslant 2 \\ 2-x & \text{si } x \leqslant 2 \end{cases}$$

Remarque d'un élève :
Pour calculer, on peut prendre l'une des deux expressions au « hasard ».
On obtient le même résultat.
Attention, ce n'est pas une vraie disjonction de cas.

IV. $1,65 < x < 1,7$ donc le chiffre des centièmes de x est soit 5, soit 6, soit 7, soit 8, soit 9.
La valeur arrondie au dixième de x est égale à 1,7.

V. On sait que – 1, 27 est une valeur approchée d'un réel x à 3×10^{-2} près.
Le meilleur encadrement possible de x par deux nombres décimaux est :

$$\boxed{-1,3 \leqslant x \leqslant -1,24}$$

Cet encadrement a pour amplitude 6×10^{-2} près.

(Si j'avais mis $1,62 < x < 1,7$, on n'aurait rien pu dire).

VI.

1°) $|\,y\,| \leq 2$ (il y a une seule condition) 2°) $\begin{cases} |\,x\,| \leq 3 \\ |\,y\,| \leq 1 \end{cases}$ (il y a deux conditions)

VII. Cet exercice sert à pratiquer la logique sur un exemple géométrique (traduction d'une condition nécessaire et suffisante avec le connecteur « et », il y a chaque fois deux conditions).

M appartient au quadrant 1 si et seulement si $x \geq 0$ et $y \geq 0$.

M appartient au quadrant 2 si et seulement si $x \geq 0$ et $y \leq 0$.

M appartient au quadrant 3 si et seulement si $x \leq 0$ et $y \leq 0$.

M appartient au quadrant 4 si et seulement si $x \leq 0$ et $y \geq 0$.

VIII.

1°) On utilise une méthode vectorielle.

M(x, y) est un point quelconque du plan.

M$\in D$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\left|\begin{matrix} x+1 \\ y-4 \end{matrix}\right.$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ y-4 & 2 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $2(x+1) - 1(y-4) = 0$

si et seulement si $2x + 2 - y + 4 = 0$

si et seulement si $2x - y + 6 = 0$

L'égalité $2x - y + 6 = 0$ est une équation cartésienne de D.

2°)

M(x, y) est un point quelconque du plan.

$\overrightarrow{BC}\begin{vmatrix}4\\-2\end{vmatrix}$

M$\in$ (BC) si et seulement si $\overrightarrow{BM}\begin{vmatrix}x+1\\y-3\end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix}x+1 & 4\\ y-3 & -2\end{vmatrix}=0$

si et seulement si $-2(x+1)-4(y-3)=0$

si et seulement si $-2x-2-4y+12=0$

si et seulement si $-2x-4y+10=0$

si et seulement si $x+2y-5=0$

L'égalité $x+2y-5=0$ est une équation cartésienne de (BC).

IX. A(– 2, 2), B(1, – 1), C(6, 0), D(3, 3), E(0, $\frac{3}{2}$)

1°) Déterminons la nature du quadrilatère ABCD.

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}3\\-3\end{vmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{vmatrix}3\\-3\end{vmatrix}$

On a donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
Par suite, ABCD est un parallélogramme.

N.B. : c'est très court, il n'y a rien de plus à calculer

2°) Les points A, C, E sont-ils alignés ? Justifier.

$\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix}8\\-2\end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{vmatrix}2\\-\frac{1}{2}\end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix}8 & 2\\ -2 & -\frac{1}{2}\end{vmatrix}=8\times\left(-\frac{1}{2}\right)-(-2)\times 2=8\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4=-4+4=0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires.
Comme ils ont un point commun, on peut dire que les points A, C, E sont alignés.

Variante :

On observe que $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont donc colinéaires.
Comme ils ont un point commun, on en déduit que es points A, C, E sont alignés.

X. Algorithmique

1°)

Ces deux algorithmes produisent la valeur absolue de x.
L'algorithme 1 comporte une alternative complète.
L'algorithme 2 comporte une alternative simple.

2°)

Si $x < 1$, alors $f(x)=x^2$.

Si x $\geqslant$ 1, alors $f(x)=\frac{1}{x}$.

XI. Logique

1°)

« Si $|x|+|y|=0$, alors $x=y=0$.

L'implication **réciproque** est-elle vraie ? Oui

2°)

Si $AB^2+AC^2\neq BC^2$, alors ABC n'est pas rectangle en A.

La **contraposée** sert à démontrer que ABC n'est pas rectangle en A.

Bonus au choix

① Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $\left(x^2+3x-1\right)^2+2\left(x^2+3x-1\right)=-1$.

L'équation est successivement équivalente à

$\left(x^2+3x-1\right)^2+2\left(x^2+3x-1\right)+1=0$
$\left[\left(x^2+3x-1\right)+1\right]^2=0$
$\left(x^2+3x\right)^2=0$
$x^2+3x=0$
$x\left(x+3\right)=0$
$x=0$ ou $x=-3$

L'ensemble des solutions de l'équation est $S = \{\ 0\ ;-3\}$.

---

② Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\left|\ x^2-3\right|\leq 1$.

L'inéquation est successivement équivalente à

$-1\leq x^2-3\leq 1$
$2\leq x^2\leq 4$
$\sqrt{2}\leq x\leq 2$ ou $-2\leq x\leq -\sqrt{2}$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $S\,' = \left[-2\ ;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2}\ ;2\right]$.