1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 17 septembre 2010
(50 minutes)

Répondre très lisiblement et sans rature en écrivant au stylo à plume.

Prénom et nom : ………………………………………………….

Note :
…… /40 = **…… /20**

I. (3 points) Questions de cours

1°) Compléter la définition suivante où x désigne un réel quelconque.

On appelle **valeur absolue** de x ………………………………………………………………………..

2°) Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan et k un réel quelconque. Compléter l'égalité : $\left\| k\vec{u} \right\| =$ ……………..……….. .

3°) Soit A et B deux points quelconques du plan. On note I le milieu de [AB].

Compléter la phrase : « Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=$ ……………………. ».

II. (2 points) Donner les images des nombres $-\dfrac{1}{3}$ et 10^{-2} par la fonction $f : x \mapsto 2 - 3\,|\,x\,|$.

Compléter le tableau ci-dessous sans détailler les calculs.

$f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=$.........	$f\left(10^{-2}\right)=$.........

III. (4 points)

1°) Ecrire l'intervalle fermé de centre 0 et de rayon 3 : ………………..

2°) Donner tous les entiers relatifs qui appartiennent à l'intervalle]– 3, 9 ; 5,4] : ………………………………..

3°) La réunion des intervalles [– 5 ; – 2],] – 3 ; 1] et [0 ; 1] est : …………….. .

4°) L'intersection des intervalles [– 3 ; 3], [0 ; 4[et [1 ; 2[est : ……………..… .

IV. (2 points) Soit x un réel strictement positif quelconque. Donner les résultats sans justifier.

Comparer les réels 1 et $\dfrac{x}{x+1}$ puis calculer leur distance sous la forme d'un seul quotient (en fonction de x).

………..……..…

V. (2 points) A l'aide de la calculatrice, calculer $A=\dfrac{10-2\sqrt{5}}{16}+\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2$.

A = ………………….

VI. (9 points) On considère les équations et inéquations suivantes :

$3|\,x\,|+1=5|\,x\,|-5$ (1) ; $\left|1-\dfrac{x}{3}\right|=2$ (2) ; $\left|1-x^2\right|=\dfrac{1}{4}$ (3) ; $|\,x+1\,|<4$ (4) ; $|\,2x-1\,|\geq 3$ (5).

Compléter le tableau ci-dessous où S_i désigne l'ensemble des solutions de l'équation (i) pour i $\in$ {1, 2, 3, 4, 5}.

S_1 = ……………….	S_2 = ……………….	S_3 = ……………….	S_4 = ……………….	S_5 =……………….

Détailler la résolution complète de l'équation (1) et de l'inéquation (5).
On rédigera très soigneusement selon le modèle : « L'équation (1) est successivement équivalente à … ».

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

………..……..…

VII. (4 points) Aucune justification n'est demandée dans cet exercice. On pourra éventuellement programmer les algorithmes présentés sur calculatrice.

1°) On s'intéresse à l'algorithme ci-contre rédigé en langage naturel
Compléter les phrases ci-dessous.

a) Pour la valeur saisie $n = 5$, le nombre affiché est : …………… .

b) Pour la valeur saisie $n = 13$, le nombre affiché est : …………… .

c) On obtient 36 à l'affichage. La valeur saisie est : ……………… .

Questions bonus : représenter l'organigramme de cet algorithme sur la dernière page du sujet en respectant les conventions usuelles.

Entrée
Saisir n (entier naturel)
Traitement
Si $n < 10$, alors
  x prend la valeur $3n$
  Sinon
  x prend la valeur $3n + 6$
FinSi
Sortie
Afficher x

2°) Que produit l'algorithme ci-contre rédigé en langage naturel ? (On donne ci-dessous l'organigramme de cet algorithme).

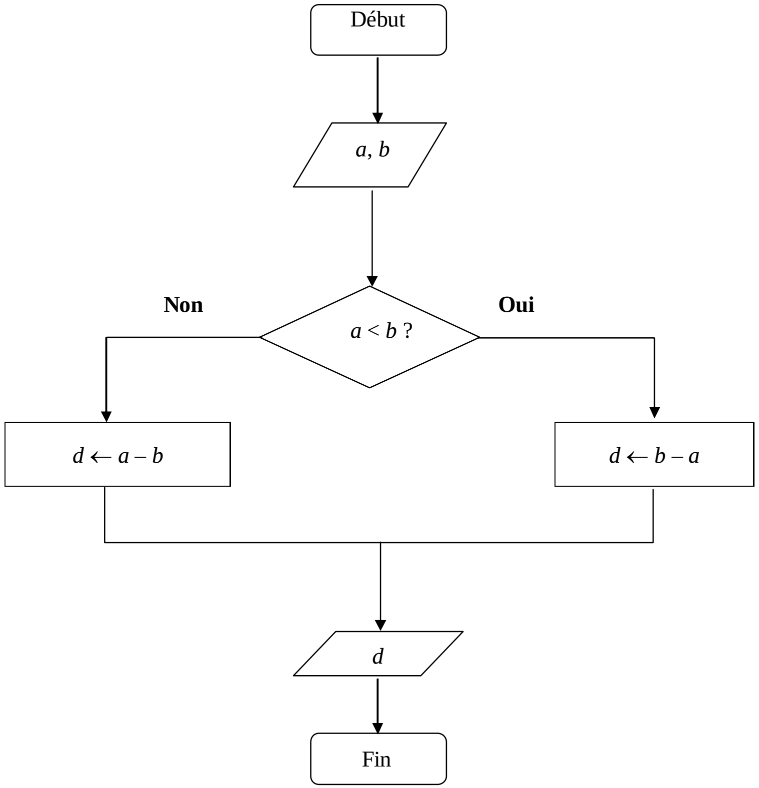
……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Entrée
Saisir a et b (réels)
Traitement
Si $a < b$, alors
  d prend la valeur $b - a$
  Sinon
  d prend la valeur $a - b$
FinSi
Sortie
Afficher d



VIII. (1 point) Sur quelle figure est représenté le vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$? Entourer la bonne réponse.

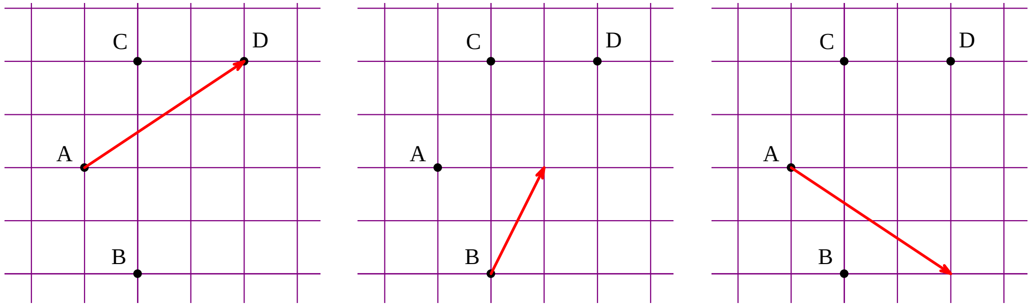


Figure 1 **Figure 2** **Figure 3**

IX. (4 points) Soit A et B deux points quelconques du plan. On note L le point tel que $5\overrightarrow{LA} - 3\overrightarrow{LB} = \vec{0}$ (1).
Exprimer $\overrightarrow{AL}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

X. (9 points) *À rédiger sur une copie à part.* Encadrer les résultats en rouge à la règle.

Soit ABC un triangle quelconque. On note M et N les points définis par : $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ (1) et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ (2).

Faire une figure soignée au brouillon.

1°) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

2°) Démontrer que les points A, M, N sont alignés.

Corrigé du contrôle du 17 septembre 2010

I. Questions de cours

1°) On appelle valeur absolue de x la distance entre 0 et x.

2°) $\| k\vec{u} \| = | k | \times \| \vec{u} \|$

3°) Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

II.

$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 1$; $f\left(10^{-2}\right) = 1{,}97$

III.

1°) [– 3 ; 3]

2°) – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

3°) [– 5, 1]

4°) [1 ; 2[

IV. $\frac{x}{x+1} < 1$; $d\left(1, \frac{x}{x+1}\right) = 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-x}{x+1} = \frac{1}{x+1}$

V. A = 1

Attention aux parenthèses lorsque l'on tape l'expression sur la calculatrice.
On peut aussi vérifier le résultat en faisant le calcul « à la main ».

VI.

$S_1 = \{3\,;-3\}$	$S_2 = \{-3\,;9\}$	$S_3 = \left\{\sqrt{\frac{3}{2}}\,;-\sqrt{\frac{3}{2}}\,;\sqrt{\frac{5}{2}}\,;-\sqrt{\frac{5}{2}}\right\}$	$S_4 =]-5\,;3[$	$S_5 =]-\infty\,;-1] \cup [2\,;+\infty[$

$3|x| + 1 = 5|x| - 5$ (1)

L'équation (1) est successivement équivalente à

$3|x| - 5|x| = -5 - 1$

$-2|x| = -6$

$|x| = \frac{6}{2}$

$|x| = 3$

$x = 3$ ou $x = -3$

L'ensemble des solutions de (1) est $S_1 = \{3\,;-3\}$.

$|2x - 1| \geq 3$ (5).

L'inéquation (5) est successivement équivalente à

$2x - 1 \leq -3$ ou $2x - 1 \geq 3$

$2x \leq -2$ ou $2x \geq 4$

$x \leq -1$ ou $x \geq 2$

L'ensemble des solutions de (5) est $S_5 =]-\infty\,;-1] \cup [2\,;+\infty[$.

VII.

1°)
a) Pour la valeur saisie n = 5, le nombre affiché est : 15.
b) Pour la valeur saisie n = 13, le nombre affiché est : 45.
c) On obtient 36 à l'affichage. La valeur saisie est : 10.

2°) L'algorithme proposé produit **la distance** entre les réels a et b.

VIII. Figure 3.

IX. Exprimons $\overrightarrow{AL}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

(1) donne successivement

$5\overrightarrow{LA} - 3\left(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AB}\right) = \vec{0}$ (relation de Chasles)

$5\overrightarrow{LA} - 3\overrightarrow{LA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{LA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{LA} = 3\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{LA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$\boxed{\overrightarrow{AL} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}}$

X. $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$ (1) ; $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ (2)

1°) Exprimons $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}$ (relation de Chasles)

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$ (relation de Chasles)

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

2°) Démontrons que les points A, M, N sont alignés.

On a : $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

Par conséquent, on a : $\overrightarrow{AM}=5\overrightarrow{AN}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont donc colinéaires.

Comme ils ont un point commun (ils ont la même origine), on en déduit que les points A, M, N sont alignés.