

1^{ère} L Option Exercices sur les équations à une inconnue

Solutions détaillées

- 1 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x(x+3) = x^2 - 9$.
- 2 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4x + x^2 = (5x-1)(x+4)$.
- 3 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4x^2 - 1 = (4x-1)(2x-1)$.
- 4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(x-3)^2(x+1) = x+1$.
- 5 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\frac{x-3}{x} - \frac{1}{2} = \frac{x+4}{2x}$.
- 6 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+3} = 1$.
- 7 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\frac{4-2x}{x^2-1} = \frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x-1}$.
- 8 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x(x+2) - (x+2)^2 = 3(x^2-4)$.

Solutions

- 1 $S = \{-3\}$
- 2 $S = \left\{\frac{1}{4}; -4\right\}$
- 3 $S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$
- 4 $S = \{-1; 4; 2\}$
- 5 $S = \emptyset$
- 6 $S = \{-\sqrt{14}; \sqrt{14}\}$
- 7 Indiquer les valeurs interdites.
 $S = \emptyset$
- 8 $S = \left\{\frac{8}{3}; -2\right\}$

Conseils : dans certains développements, utiliser des parenthèses de sécurité.

1 $2x(x+3) = x^2 - 9$
 $2x(x+3) = (x-3)(x+3)$
 $2x(x+3) - (x-3)(x+3) = 0$
 $(x+3)(2x-x+3) = 0$
 $(x+3)(x+3) = 0$
 $(x+3)^2 = 0$
 $x+3 = 0$
 $x = -3$
 $S = \{-3\}$

2 $4x + x^2 = (5x-1)(x+4)$
 $x(4+x) = (5x-1)(x+4)$
 $x(4+x) - (5x-1)(x+4) = 0$
 $(4+x)(x-5x+1) = 0$
 $(4+x)(-4x+1) = 0$
 $4+x = 0$ ou $-4x+1 = 0$
 $x = -4$ ou $x = \frac{1}{4}$
 $S = \left\{\frac{1}{4}; -4\right\}$

3 $4x^2 - 1 = (4x-1)(2x-1)$
 $(2x-1)(2x+1) - (4x-1)(2x-1) = 0$
 $(2x-1)(2x+1-4x+1) = 0$
 $(2x-1)(-2x+2) = 0$
 $2x-1 = 0$ ou $-2x+2 = 0$
 $2x = 1$ ou $-2x = -2$
 $x = \frac{1}{2}$ ou $x = 1$

$S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$

$$\boxed{4} (x-3)^2(x+1) = x+1.$$

$$(x-3)^2(x+1) - (x+1) = 0$$

$$(x-3)^2(x+1) - (x+1) \times 1 = 0$$

$$(x-3)^2(x+1) - (x+1) \times 1 = 0$$

$$(x+1)[(x-3)^2 - 1] = 0$$

$$(x+1)[(x-3)-1][(x-3)+1] = 0$$

$$(x+1)(x-4)(x-2) = 0$$

$$x+1=0 \text{ ou } x-4=0 \text{ ou } x-2=0$$

$$x=-1 \text{ ou } x=4 \text{ ou } x=2$$

$$S = \{-1; 4; 2\}$$

$$\boxed{5} \frac{x-3}{x} - \frac{1}{2} = \frac{x+4}{2x}$$

Valeur interdite : 0 est valeur interdite.

$$\frac{2(x-3)}{2x} - \frac{x}{2x} = \frac{x+4}{2x}$$

$$2(x-3) - x = x+4$$

$$2x - 6 - x - x - 4 = 0$$

$$-10 = 0 \text{ (impossible)}$$

$$S = \emptyset$$

$$\boxed{6} \frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+3} = 1$$

Valeurs interdites : 2 et -3.

$$\frac{2(x+3) - 1(x-2)}{(x-2)(x+3)} = 1$$

$$2(x+3) - 1(x-2) = (x-2)(x+3)$$

$$2x + 6 - x + 2 = x^2 + x - 6$$

$$8 + x = x^2 + x - 6$$

$$x^2 = 14$$

$$x = \sqrt{14} \text{ ou } x = -\sqrt{14}$$

Ces deux valeurs ne sont pas valeurs interdites.

$$S = \{-\sqrt{14}; \sqrt{14}\}$$

$$\boxed{7} \frac{4-2x}{x^2-1} = \frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x-1}$$

Valeurs interdites : -1 et 1.

$$\frac{4-2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x \times (x-1)}{(x+1) \times (x-1)} - \frac{(2x-3) \times (x+1)}{(x-1) \times (x+1)}$$

$$4-2x = x \times (x-1) - (2x-3) \times (x+1)$$

$$4-2x = x^2 - x - (2x^2 - x - 3)$$

$$4-2x = x^2 - x - 2x^2 + x + 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

Or 1 est valeur interdite donc il n'y a pas de solution.

$$S = \emptyset$$

$$\boxed{8} x(x+2) - (x+2)^2 = 3(x^2-4)$$

$$x(x+2) - (x+2)^2 = 3(x-2)(x+2)$$

$$x(x+2) - (x+2)^2 - 3(x-2)(x+2) = 0$$

$$(x+2)[x - (x+2) - 3(x-2)] = 0$$

$$(x+2)(x - x + 2 - 3x + 6) = 0$$

$$(x+2)(8 - 3x) = 0$$

$$x+2=0 \text{ ou } 8-3x=0$$

$$x=-2 \text{ ou } x=\frac{8}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{8}{3}; -2 \right\}$$

Equations supplémentaires

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1^\circ) (2x+3)^2 = (4x+1)(x-5)$$

$$2^\circ) (2x+3)(3x-5) = (6x-1)(x+2) - 12x$$

$$3^\circ) 5x^2 - 13x = 0$$

$$4^\circ) 9 - 16x^2 = 0$$

$$5^\circ) (x+3)^2 = 25$$

$$6^\circ) (x+1)^2 = 8(x+1)$$

$$7^\circ) (9x^2 + 12x + 4) - 5x(3x+2) + (8 - 18x^2) = 0$$

$$8^\circ) 2x\sqrt{3} - 3x + 6 = 4x - 5\sqrt{3}$$

$$9^\circ) (2x-1)(7x-5) = 4x^2 - 4x + 1$$

$$10^\circ) 9x^2 - 16 = (3x+4)(1-2x)$$

$$11^\circ) x^4 - 16 = 0$$

$$12^\circ) 16(x-1)^2 - 25 = 0$$

$$13^\circ) \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = 4\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$14^\circ) (2x-1)^2 + x(1-2x) = 4x^2 - 1$$

$$15^\circ) (x+3)^2 - (2x-1)^2 = 3x+2$$

$$16^\circ) (x-1)^2 = 5$$

Réponses

$$1^\circ) S_1 = \left\{-\frac{14}{31}\right\} \quad 2^\circ) \text{L'équation n'admet pas de solution dans } \mathbb{R}; \quad S_2 = \emptyset \quad 3^\circ) S_3 = \left\{0; \frac{13}{5}\right\}$$

$$4^\circ) S_4 = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\} \quad 5^\circ) S_5 = \{2; -8\} \quad 6^\circ) S_6 = \{-1; 7\} \quad 7^\circ) S_7 = \left\{-\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right\} \quad 8^\circ) S_8 = \left\{\frac{72+47\sqrt{3}}{37}\right\}$$

$$9^\circ) S_9 = \left\{\frac{1}{2}; \frac{4}{5}\right\} \quad 10^\circ) S_{10} = \left\{-\frac{4}{3}; 1\right\} \quad 11^\circ) S_{11} = \{2; -2\} \quad 12^\circ) S_{12} = \left\{\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}\right\} \quad 13^\circ) S_{13} = \left\{\frac{1}{9}; 1\right\}$$

$$14^\circ) S_{14} = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\} \quad 15^\circ) S_{15} = \left\{-\frac{2}{3}; 3\right\} \quad 16^\circ) S_{16} = \{1+\sqrt{5}; 1-\sqrt{5}\}$$