Prénom : ……………………………………… **Nom :** ……………………………………………

Contrôle commun de mathématiques 1ère S

Lundi 18 mai 2009

Durée : 3 heures

La calculatrice graphique est autorisée. Le barème est indicatif. **SUJET A**

Exercice 1 : QUESTIONS DIVERSES (6 points)

Donner la réponse sur cette feuille, sans justification.

1°) L'ensemble des solutions de $\begin{cases} 2\sin x - \sqrt{2} < 0 \\ x \in [-\pi\,;\,\pi] \end{cases}$ est …………………………

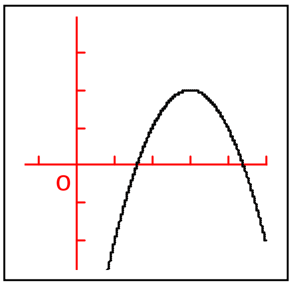
1°) $\cos\left(\frac{15\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) =$ …….

3°) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que l'on ait : $\left(2\vec{u}\,;-3\vec{v}\right) = \frac{\pi}{12}$ (2π).

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(5\vec{u}\,;7\vec{v}\right)$ est ……………………………

4°) Si $f(x) = 4\cos(3-x) - \frac{3}{x}$ alors $f'(x) =$ ……………………………………………...

5°) On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 5].
Donner le signe du produit $f'(a) \times f'(b)$ …………………



6°) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{5x-3}{1-x} \geq \frac{-2x^2}{1-x}$ est
…………………………………………………………

7°) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M $(x\,;y)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ tels que $x^2 + y^2 - 14x - 6y + 33 = 0$.
Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{E}$ au point A(4 ; –1).

………

………

8°) Soit ABC un triangle dans un plan *P*, I le barycentre des points pondérés (A ; –2) et (B ; 5) et J le barycentre des points pondérés (B ; 1) et (C ; 2).
Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points M du plan *P* tels que $\left\| -2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} \right\| = \left\| 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \right\|$.
………………………………………………………………………………………………………

9°) Donner la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.
…………………………………………………

Exercice 2 : SUITES NUMERIQUES (4 points pour les trois parties)

<u>Partie 1</u> : Répondre sur cette feuille.

Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_3 + u_4 = 5$ et $u_3 + u_4 + ... + u_{18} = 376$.
Déterminer sa raison *r*.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Partie 2</u> : Répondre sur cette feuille.

Etudier le sens de variation des suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 2n - 2^n$ et $v_n = \dfrac{5^n}{n+1}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Partie 3</u> : (répondre sur copie)

1ère S1 et 1ère S2

Soit ABCD un carré de côté de a $\left(a \in \mathbb{R}_+^*\right)$.

Sur la figure ci-contre, u_0, u_1, u_2 sont les aires des rectangles hachurés.

On poursuit la construction et on définit ainsi une suite $\left(u_n\right)$.

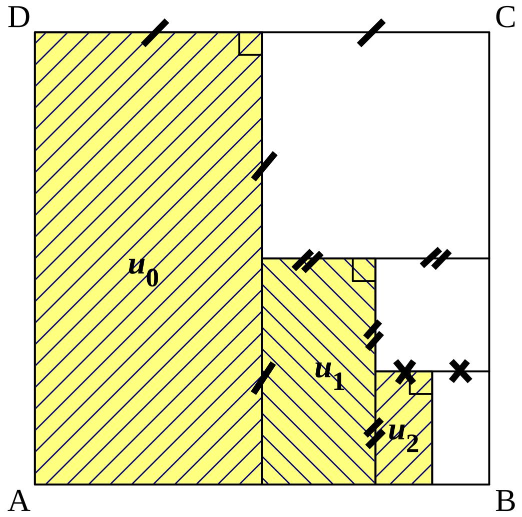
On appelle L_n et l_n respectivement la longueur et la largeur du rectangle d'aire u_n.

1°) Exprimer u_n en fonction de n (et de a).

Indication : démontrer que $\left(u_n\right)$ est une suite particulière.

2°) Calculer $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ en fonction de n (et de a).

Donner le résultat sous forme factorisée, sans développer.



1ère S3

Lisa est fleuriste. Elle prépare toutes les semaines des petits bouquets pour sa clientèle de restaurateurs. La troisième semaine de janvier (semaine 3 de l'année), elle a préparé 64 bouquets.

Après une étude de marché, elle espère agrandir sa clientèle et donc augmenter le nombre de bouquets d'une même quantité a chaque semaine.

Lisa réussit son challenge et prépare 124 bouquets la semaine 15 de l'année.

Les réponses aux questions seront justifiées et utiliseront les suites.

1°) Déterminer la valeur de a.

2°) Combien de bouquets Lisa a-t-elle préparés de la semaine 3 à la semaine 15 comprises?

Exercice 3 : ETUDE DE FONCTION (répondre sur copie) (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2°) a) Démontrer que pour x réel, $f(x) = x + 1 - \dfrac{x+2}{x^2+1}$.

b) Démontrer que la courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote Δ dont l'équation sera précisée.

c) Etudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ.

3°) Démontrer que, pour tout x réel, on a : $f'(x) = \dfrac{x(x+1)(x^2 - x + 4)}{(x^2+1)^2}$.

4°) Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation complet avec les limites et les extremums locaux.

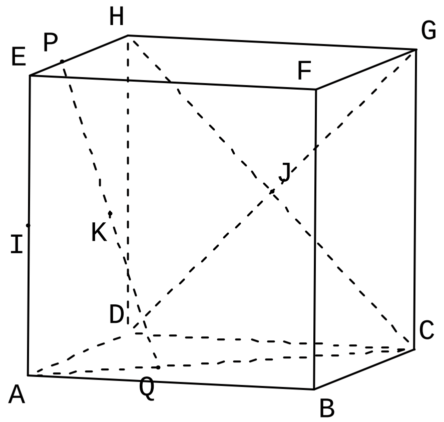
5°) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1.

Exercice 4 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE (répondre sur cette feuille) (4 points)

ABCDEFGH est un cube. On considère les points I, J, K, P et Q définis par :

J est le centre de la face CDHG, $\overrightarrow{EP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$; $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; I est le milieu de [AE] et K est le milieu de [PQ].

Démontrer que les points I, J et K sont alignés. *On pourra utiliser la méthode de son choix.*



La calculatrice graphique est autorisée. Le barème est indicatif. **SUJET B**

Exercice 1 : QUESTIONS DIVERSES (6 points)

Donner la réponse sur cette feuille, sans justification.

1°) $\cos\left(\frac{15\pi}{4}\right)+\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)=$.......

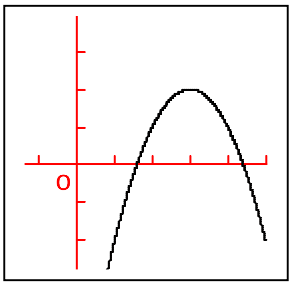
2°) L'ensemble des solutions de $\begin{cases} 2\cos x-\sqrt{2}<0 \\ x\in[-\pi\,;\,\pi] \end{cases}$ est ....

3°) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que l'on ait : $\left(-2\vec{u}\,;\,3\vec{v}\right)=\frac{\pi}{12}$ (2π).

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(5\vec{u}\,;\,7\vec{v}\right)$ est ....

4°) Si $f(x)=4\sin(1-x)-\frac{3}{x}$ alors $f'(x)=$ ....

5°) On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 5].
Donner le signe du produit $f'(a)\times f'(b)$ ....



6°) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{3}{1-x}\leq\frac{2x^2+5x}{1-x}$ est

....

7°) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M $(x\,;\,y)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ tels que $x^2+y^2-14x-6y+33=0$.
Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{E}$ au point A(4 ; –1).

....

....

8°) Soit ABC un triangle dans un plan *P*, I le barycentre des points pondérés (A ; –2) et (B ; 5) et J le barycentre des points pondérés (B ; 1) et (C ; 2).
Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points M du plan *P* tels que $\left\|-2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}\right\|$.

....

9°) Donner la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.

....