TS3

Contrôle du mercredi 14 avril 2010 (4 heures)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ……………………………………………………

I. (3 points) On donnera tous les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

Quatre urnes contiennent des boules.
L'urne 1 contient 3 boules rouges, 2 boules blanches et 3 boules noires.
L'urne 2 contient 4 boules rouges, 3 boules blanches et 1 boule noire.
L'urne 3 contient 2 boules rouges, 1 boule blanche et 1 boule noire.
L'urne 4 contient 1 boule rouge, 6 boules blanches et 2 boules noires.

1°) On choisit une urne au hasard et, de celle-ci, on tire une boule au hasard.
Calculer la probabilité que cette boule soit noire.

2°) On transfère les boules contenues dans les quatre urnes dans une grande urne de laquelle on tire au hasard une boule.
Calculer la probabilité que cette boule soit noire et comparer le résultat obtenu avec celui de la question 1°).

II. (4 points) Dans un club de tennis, il y a 360 membres, répartis par âges en trois catégories A, B, C.
Parmi ces membres, 120 sont dans la catégorie A, 180 sont dans la catégorie B et les autres sont dans la catégorie C.

Chaque année, le club organise un tournoi avec d'autres clubs de la région. Tous les membres y participent. À ce tournoi, $\frac{3}{5}$ des membres de la catégorie A, la moitié des membres de la catégorie B et les $\frac{3}{4}$ des membres de la catégorie C ont gagné leur premier match (match du premier tour).

On choisit au hasard un membre du club.

Les calculs de probabilités seront donnés de manière exacte.

Partie A

Faire un arbre de probabilité en définissant clairement des événements.

1°) Calculer la probabilité que le membre gagne.

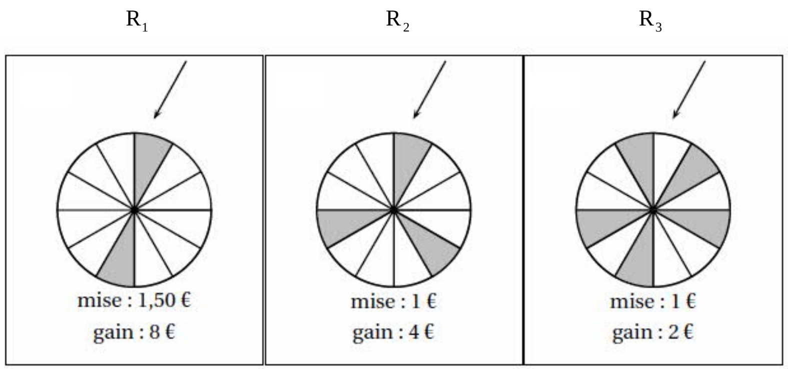
2°) On choisit maintenant un membre éliminé au premier tour.
Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un membre de la catégorie A ?

Partie B

Pour participer au tournoi, les joueurs de la catégorie A doivent payer 10 euros, les joueurs de la catégorie B doivent payer 15 euros, les joueurs de la catégorie C doivent payer 12 euros. Si les membres sont éliminés au premier tour, ils sont remboursés de 5 euros. Soit X le prix déboursé (après remboursement ou non) par un membre.
Déterminer les valeurs possibles de X, puis la loi de probabilité de X (faire un tableau).

III. (2 points) Dans cet exercice, aucune rédaction n'est demandée.

Lors d'une kermesse, dans un stand, sont disposées trois roues R_1, R_2, R_3. Chaque roue est divisée en douze secteurs de même aire. Une roue étant lancée, elle s'arrête aléatoirement face à la flèche sur un seul secteur. On admettra que tous les secteurs ont la même probabilité d'être « tirés ».
Pour participer, un joueur choisit l'une des trois roues, acquitte la mise correspondant à la roue choisie, puis lance cette roue.
Si le secteur « tiré » est grisé, le joueur reçoit le gain correspondant à la roue choisie.



1°) Le gain algébrique du joueur, noté X, est le gain de la loterie diminué de la mise.

Compléter les phrases suivantes en utilisant les mots ou expressions : « équitable », « favorable au joueur », « défavorable au joueur ».

Avec la roue R_1, le jeu est ……………………………………………………………………………..

Avec la roue R_2, le jeu est ……………………………………………………………………………..

Avec la roue R_3, le jeu est ……………………………………………………………………………..

2°) Les organisateurs de la kermesse remarquent que $\frac{1}{6}$ des joueurs ont choisi la roue R_1, $\frac{1}{3}$ la roue R_2 et les autres la roue R_3.
On interroge au hasard une personne qui a participé au jeu.
On considère les événements :
A : « La personne a choisi la roue R_1 »,
B : « La personne a choisi la roue R_2 »,
C : « La personne a choisi la roue R_3 »,
G : « La personne a gagné » (c'est-à-dire qu'un secteur grisé a été « tiré »).

Calculer la probabilité de G. Donner le résultat sous forme fractionnaire irréductible.

La probabilité de G est égale à …………………..

IV. (2 points) Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher : 4 blanches et 2 noires.
On tire simultanément 3 boules au hasard dans l'urne. Soit X la variable aléatoire réelle qui prend pour valeur le nombre de boules blanches obtenues dans ce tirage.

1°) **QCM**

Notation : chaque réponse juste rapporte 1 point ; une absence de réponse ou une réponse erronée n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie les lettres (et uniquement la lettre) correspondant aux réponses choisies.

a) L'ensemble des valeurs prises par X est :

A : {1 ; 2 ; 3}	B : {0 ; 1 ; 2 ; 3}	C : {0 ; 1 ; 2}

b) La probabilité de l'événement $\left(\text{X}=2\right)$ est égale à :

A : $\dfrac{3}{10}$	B : $\dfrac{1}{2}$	C : $\dfrac{3}{5}$

c) L'espérance de X est égale à :

A : 1	B : 2	C : $\dfrac{8}{5}$

2°) Calculer la variance et l'écart-type de X.

V. (4 points) Le plan complexe *P* est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On note A, B, C les points d'affixes respectives $a=1+\text{i}$, $b=3+4\text{i}$, $c=7-3\text{i}$.

Faire un graphique en prenant le centimètre pour unité de longueur.

1°) Le but de cette question est de déterminer la nature du triangle ABC par deux méthode indépendantes.

1ère méthode :

Calculer les longueurs AB, BC et CA ; en déduire la nature du triangle ABC.

2e méthode :

Calculer $\dfrac{c-a}{b-a}$ (donner le résultat sous forme algébrique) ; en déduire une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AC}}\right)$. Retrouver ainsi le résultat obtenu avec la 1ère méthode.

2°) Soit Γ le cercle circonscrit au triangle ABC.
Tracer Γ sur le graphique.
Préciser une équation paramétrique complexe de Γ.

3°) Soit Γ' le cercle de centre A passant par O. On note D le point d'affixe $d=\dfrac{2+2\,\text{i}}{1-2\,\text{i}}$.
Démontrer que D appartient à Γ'.

VI. (2,5 points) Calculer chacune des intégrales demandées (donner les valeurs exactes).
On complétera directement le tableau ci-dessous sans détailler les calculs sur la copie.

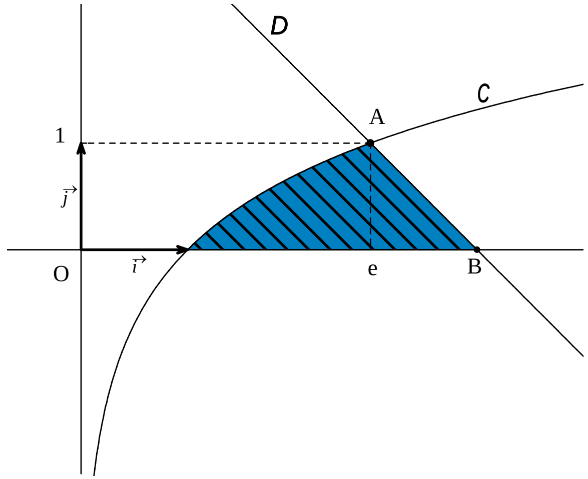
$$\text{I}_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^8 t\,\sin t\,\text{d}t\ ;\ \text{I}_2=\int_0^1\frac{t^3}{\sqrt{t^4+1}}\,\text{d}t\ ;\ \text{I}_3=\int_{-1}^1 t\text{e}^t\,\text{d}t\ ;\ \text{I}_4=\int_1^{\text{e}}\frac{\ln t}{t^2}\,\text{d}t\ ;\ \text{I}_5=\int_{-4}^{-2}\frac{t-3}{t}\,\text{d}t$$

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
……………	……………	……………	……………	……………

VII. (2,5 points) Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction logarithme népérien (voir graphique ci-dessous).
Soit A le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse e.
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par A et de coefficient directeur – 1.
Cette droite coupe l'axe des abscisses en un point B.

1°) Calculer l'abscisse de B.

2°) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ (en unité d'aire) de la partie du plan hachurée située au-dessus de l'axe des abscisses et au-dessous de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite $\mathcal{D}$.



☐ **L'en-tête de la copie doit être correctement libellé : nom, prénom, classe, date, intitulé exact sans abréviations ainsi qu'un <u>cartouche</u> de présentation avec le numéro des exercices.**
☐ **Les exercices doivent être traités dans l'ordre, sans renvoi sur d'autres feuilles, avec les numéros des exercices et des questions correctement indiqués.**
☐ **On attachera un soin particulier à la présentation des calculs, des réponses, des résultats (en les encadrant en rouge <u>à la règle</u>) et à l'orthographe.**

Corrigé du contrôle du 14-4-2010

I.

1°) Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

On considère les événements :
A : « choisir l'urne 1 » ;
B : « choisir l'urne 2 » ;
C : « choisir l'urne 3 » ;
D : « choisir l'urne 4 » ;
N : « tirer une boule noire ».

On peut faire un arbre de probabilités.

A, B, C, D constituent un système complet d'événements.
Donc d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(\mathrm{N}) &= P(\mathrm{A})\times P(\mathrm{N}/\mathrm{A})+P(\mathrm{B})\times P(\mathrm{N}/\mathrm{B})+P(\mathrm{C})\times P(\mathrm{N}/\mathrm{C})+P(\mathrm{D})\times P(\mathrm{N}/\mathrm{D}) \\ &= \frac{1}{4}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{9} \\ &= \frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\right) \\ &= \frac{35}{144} \end{aligned}$$

2°) On est encore dans une situation d'équiprobabilité.

On note E l'événement « tirer une boule noire ».

D'après la formule de Laplace, $P(\mathrm{E})=\frac{7}{29}$.

On constate que le résultat obtenu dans cette question est proche mais différent de celui obtenu à la question précédente, ce qui ne laisse pas de surprendre de prime abord.

II.

Partie A

1°) On dresse un arbre de probabilités.

$P(\mathrm{A})=\frac{1}{3}$; $P(\mathrm{B})=\frac{1}{2}$; $P(\mathrm{C})=\frac{1}{6}$; $P(\mathrm{G}/\mathrm{A})=\frac{3}{5}$; $P(\mathrm{G}/\mathrm{B})=\frac{1}{2}$; $P(\mathrm{G}/\mathrm{C})=\frac{3}{4}$

A, B, C constituent un système complet d'événements donc d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(\mathrm{G}) &= P(\mathrm{A})\times P(\mathrm{G}/\mathrm{A})+P(\mathrm{B})\times P(\mathrm{G}/\mathrm{B})+P(\mathrm{C})\times P(\mathrm{G}/\mathrm{C}) \\ &= \frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{4} \\ &= \frac{23}{40}\quad \text{(ou 0,575)} \end{aligned}$$

N.B. : On pouvait aussi calculer les effectifs de chaque catégorie, puis pour chaque catégorie, le nombre de gagnants et de perdants, ce qui « court-circuitait » complètement l'exercice puisqu'il n'y avait plus besoin de faire d'arbre.

2°) D'après la formule de définition d'une probabilité conditionnelle :

$$P(\mathrm{A}/\overline{\mathrm{G}})=\frac{P(\mathrm{A}\cap\overline{\mathrm{G}})}{P(\overline{\mathrm{G}})}=\frac{P(\overline{\mathrm{G}}/\mathrm{A})\times P(\mathrm{A})}{1-P(G)}=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}}{1-\frac{23}{40}}=\frac{2}{5\times3}\times\frac{40}{17}=\frac{16}{51}$$

Partie B

Pour un membre de la catégorie A, le prix déboursé est de :
- 10 € s'il est gagnant ;
- 5 € s'il est perdant.

Pour un membre de la catégorie B, le prix déboursé est de :
- 15 € s'il est gagnant ;
- 10 € s'il est perdant.

Pour un membre de la catégorie C, le prix déboursé est de :
- 12 € s'il est gagnant ;
- 7 € s'il est perdant.

X peut prendre les valeurs : 5, 7, 10, 12, 15.

$$P(\mathrm{X}=5)=P(\overline{\mathrm{G}}\cap\mathrm{A})=P(\overline{\mathrm{G}}/\mathrm{A})\times P(\mathrm{A})=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$$

$$P(\mathrm{X}=7)=P(\overline{\mathrm{G}}\cap\mathrm{C})=P(\overline{\mathrm{G}}/\mathrm{C})\times P(\mathrm{C})=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$$

$$P(\mathrm{X}=10)=P(\mathrm{G}\cap\mathrm{A})+P(\overline{\mathrm{G}}\cap\mathrm{B})=P(\mathrm{G}/\mathrm{A})\times P(\mathrm{A})+P(\overline{\mathrm{G}}/\mathrm{B})\times P(\mathrm{B})=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{9}{20}$$

$$P(\mathrm{X}=12)=P(\mathrm{G}\cap\mathrm{C})=P(\mathrm{C})\times P(\mathrm{G}/\mathrm{C})=\frac{3}{24}$$

$$P(\mathrm{X}=15)=P(\mathrm{G}\cap\mathrm{B})=P(\mathrm{B})\times P(\mathrm{G}/\mathrm{B})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

On donne la loi de probabilité de X dans un tableau.

x_i	5	7	10	12	15	
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{4}$	Total = 1

On peut vérifier que la somme des probabilités est bien égale à 1.

III.

1°)

R_1 : 12 secteurs ; 2 grisés.

gain algébrique : 6,5 pour une secteur grisé ; – 1,5 si le secteur non grisé (car il ne gagne rien)

$$P(X=6{,}5)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\ ;\ P(X=-1{,}5)=\frac{5}{6}$$
$$E(X)=6{,}5\times\frac{1}{6}-1{,}5\times\frac{5}{6}=-\frac{1}{6}$$

Le jeu est défavorable au joueur.

R_2 : 12 secteurs ; 3 grisés.

gain algébrique : 3 pour une secteur grisé ; – 1 si le secteur non grisé (car il ne gagne rien)

$$P(X=3)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}\ ;\ P(X=-1)=-\frac{3}{4}$$
$$E(X)=3\times\frac{1}{4}-1\times\frac{3}{4}=0$$

Le jeu est équitable.

R_3 : 12 secteurs ; 5 grisés.

gain algébrique : 1 pour une secteur grisé ; – 1 si le secteur non grisé (car il ne gagne rien)

$$P(X=1)=\frac{5}{12}\ ;\ P(X=-1)=\frac{7}{12}$$

$$E(X)=\frac{5}{12}-\frac{7}{12}=-\frac{1}{6}$$

Le jeu est défavorable au joueur.

2°) On applique la formule des probabilités totales.

$$P(G)=\frac{23}{72}$$

IV.

1°) **QCM**

Nous sommes dans un cas d'équiprobabilité.

Le nombre de tirages possibles est égal à : $\binom{5}{3}=\frac{5\times4\times3}{1\times2\times3}=20$.

X peut prendre les valeurs 1 ; 2 ; 3.

$$P(X=1)=\frac{\binom{4}{1}\times\binom{2}{2}}{\binom{6}{3}}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}\ ;\ P(X=2)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}\ ;\ P(X=3)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$$

$$E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=\frac{10}{5}=2$$

a) A ; b) C ; c) B

2°)

$$V(X)=\left(1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{3}{5}+3^2\times\frac{1}{5}\right)-2^2\quad\text{(formule de Kœnig-Huygens)}$$
$$=\left(\frac{1}{5}+\frac{12}{5}+\frac{9}{5}\right)-4$$
$$=\frac{22}{5}-4$$
$$=\frac{2}{5}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{2}{5}}$$

V.

1°)

1^ère^ méthode :

$$AB=|z_B-z_A|=|(3+4i)-(1+i)|=|2+3i|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$$BC=|z_C-z_B|=|(7-3i)-(3+4i)|=|4-7i|=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$$

$$CA=|z_A-z_C|=|(1+i)-(7-3i)|=|-6+4i|=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$$

D'une part, $BC^2=65$.
D'autre part, $AB^2+CA^2=65$.

On constate que l'on a : $AB^2 + CA^2 = BC^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.

2^e^ méthode :

$$\frac{c-a}{b-a} = \ldots = \frac{6-4i}{2+3i} = -\frac{26}{13}i = -2i = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \arg\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \arg\frac{c-a}{b-a} = -\frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

On en déduit que le triangle ABC est rectangle en A.

2°) ABC est rectangle en A donc son cercle circonscrit $\mathcal{C}$ a pour diamètre l'hypoténuse [BC].

Soit Ω le milieu de [BC].

$$z_\Omega = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{3+4i+7-3i}{2} = \frac{10-i}{2} = 5 - \frac{1}{2}i$$

Le rayon du cercle $\mathcal{C}$ est égal à $\dfrac{BC}{2} = \dfrac{\sqrt{65}}{2}$.

Une équation paramétrique complexe de $\mathcal{C}$ s'écrit : $z = 5 - \dfrac{i}{2} + \dfrac{\sqrt{65}}{2}e^{i\theta} \quad (\theta \in \mathbb{R})$.

3°) $d = \dfrac{2+2i}{1-2i} = \dfrac{(2+2i)(1+2i)}{5} = -\dfrac{2}{5} + \dfrac{6i}{5}$

Le cercle Γ' a pour rayon OA.

Or $OA = |z_A| = |1+i| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

Donc le rayon de Γ' est $\sqrt{2}$.

$$z_{\overrightarrow{AD}} = z_D - z_A = d - a = -\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i - 1 - i = -\frac{7}{5} + \frac{i}{5}$$

$$AD = \left|z_{\overrightarrow{AD}}\right| = \sqrt{\left(-\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{49+1}{5^2}} = \sqrt{\frac{50}{25}} = \sqrt{2}$$

On en déduit que $D \in \Gamma'$.

Autre méthode :

On conserve l'affixe de d sans la transformer sous forme algébrique.

On peut $AD = |z_D - z_A| = \left|\dfrac{2+2i}{1-2i} - (1+i)\right| = \ldots = \left|\dfrac{3i-1}{1-2i}\right| = \dfrac{|3i-1|}{|1-2i|} = \dfrac{\sqrt{9+1}}{\sqrt{1+4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

VI. (2,5 points : 0,5 point par calcul)

$I_1 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 t \sin t \, dt$; $I_2 = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^3}{\sqrt{t^4+1}} dt$; $I_3 = \displaystyle\int_{-1}^1 te^t \, dt$; $I_4 = \displaystyle\int_1^e \frac{\ln t}{t^2} dt$; $I_5 = \displaystyle\int_{-4}^{-2} \frac{t-3}{t} dt$

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
$\frac{1}{9}$	$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$	$\frac{2}{e}$	$1-\frac{2}{e}$	$3+2\ln 2$

1°) $I_1 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 t \sin t \, dt = \left[-\frac{\cos^9 t}{9}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{9}$

2°) $I_2 = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^3}{\sqrt{t^4+1}} dt = \left[\frac{\sqrt{t^4+1}}{2}\right]_0^1 = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

3°) $I_3 = \displaystyle\int_{-1}^1 te^t \, dt$

On effectue une intégration par parties.

$u(t) = t$ et $u'(t) = 1$

$v(t) = e^t$ et $v'(t) = e^t$

$$I_3 = \int_{-1}^1 te^t \, dt = \left[te^t\right]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 e^t \, dt = e - e^{-1} - \left[e^t\right]_{-1}^1 = e + e^{-1} - e + e^{-1} = 2e^{-1} = \frac{2}{e}$$

4°) $I_4 = \displaystyle\int_1^e \frac{\ln t}{t^2} dt$

On effectue une intégration par parties.

$u(t) = \ln t$ et $u'(t) = \dfrac{1}{t}$

$v(t) = \dfrac{1}{t^2}$ et $v'(t) = -\dfrac{1}{t}$

$$I_4 = \int_1^e \frac{\ln t}{t^2} dt = \left[-\frac{\ln t}{t}\right]_1^e - \int_1^e \left(-\frac{1}{t^2}\right) dt = -\frac{1}{e} - \left[\frac{1}{t}\right]_1^e = -\frac{1}{e} - \frac{1}{e} + 1 = 1 - \frac{2}{e}$$

5°) $I_5 = \displaystyle\int_{-4}^{-2} \frac{t-3}{t} dt = \int_{-4}^{-2} \left(1 - \frac{3}{t}\right) dt = \left[t - 3\ln|t|\right]_{-4}^{-2} = -2 - 3\ln 2 + 4 + 3\ln 4 = 2 - 3\ln 2 + 6\ln 2 = 2 + 3\ln 2$

VII.

1°) Calcul de l'abscisse de B.

$B \in (Ox)$ donc $y_B = 0$.

D'après la formule donnant le coefficient directeur d'une droite, on a $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1$ donc $\dfrac{0-1}{x_B - e} = -1$ d'où

$\dfrac{1}{x_B - e} = 1$.

Par suite, $x_B - e = 1$.

On en déduit que $x_B = e + 1$.

B a pour abscisse $1 + e$.

2°) Le domaine considéré est la réunion de deux domaines : le domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses sur l'intervalle [1 ; e] ; le domaine limité par la droite et l'axe des abscisses sur l'intervalle $[e\,;1+e]$.
On note $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ les aires respectives de ces deux domaines.

Calcul de $\mathcal{A}_1$:

f est continue et positive sur l'intervalle [1 ; e].

$$\mathcal{A}_1 = \int_1^e \ln x \, dx$$

On peut utiliser le fait qu'une primitive de la fonction ln sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ est la fonction
$F : x \mapsto x\ln x - x$ (résultat qui n'est pas exigible mais qu'il est conseillé de savoir).
Sinon, on peut utiliser la formule d'intégration par parties.

$$\mathcal{A}_1 = [x\ln x - x]_1^e = (e\ln e - e) - (1 \times \ln 1 - 1) = e \times 1 - e + 1 = 1$$

Calcul de $\mathcal{A}_2$:

$\mathcal{A}_2$ est l'aire du triangle ABC où C est le point de coordonnées $(e\,;0)$.

$$\mathcal{A}_2 = \frac{CA \times CB}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Calcul de $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ u.a.}$$