$1^{\text{ère}}$ S Chapitre 36 — Géométrie dans l'espace (1) Révisions – Sections

I. Rappels de quelques notions

1°) Plans de l'espace

Un plan de l'espace peut être défini par :
- **3 points non alignés (noté avec parenthèses)**
- **2 droites sécantes**
- **2 droites strictement parallèles**
- **1 droite et un point n'appartenant pas à cette droite**

2°) Règles d'incidence

- **2 droites sécantes de l'espace se coupent en point.**
- **1 droite et un plan sécant se coupent en un point.**
- **2 plans sécants se coupent suivant une droite.**

3°) L'adjectif « coplanaire »

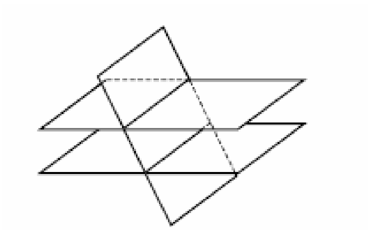
- **Points coplanaires :** points situés dans un même plan
- **Droites coplanaires :** droites | contenues dans un même plan
incluses

(Deux droites sont coplanaires lorsqu'elles sont sécantes ou parallèles)

II. Théorèmes de parallélisme
(admis sans démonstration)

A savoir par cœur

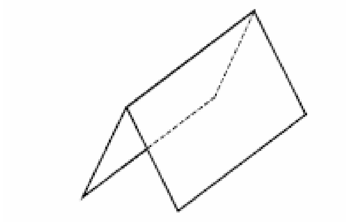
1°) Théorème 1



Si deux plans parallèles sont coupés par un même plan, alors leurs droites d'intersection sont parallèles.

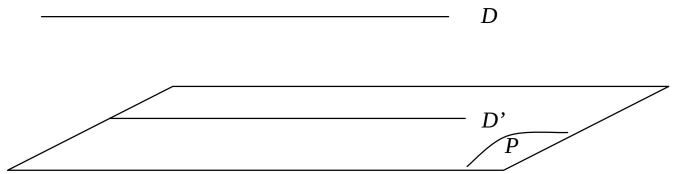
(Ce théorème sert à démontrer que deux droites sont parallèles).

2°) Théorème 2 (« théorème du toit »)



Si deux droites contenues dans deux plans sécants sont parallèles, alors elles sont parallèles à la droite d'intersection.

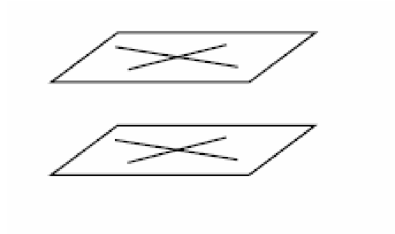
3°) Théorème 3



Si une droite est parallèle à une droite d'un plan, alors elle est parallèle à ce plan.

(Ce théorème sert à démontrer qu'une droite est parallèle à un plan).

4°) Théorème 4

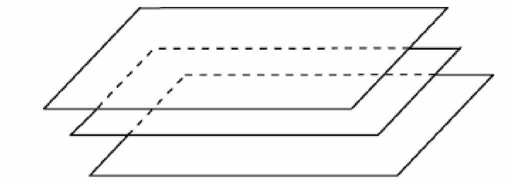


Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à deux droites sécantes d'un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

Pourquoi ne suffit-il pas d'une seule droite ?

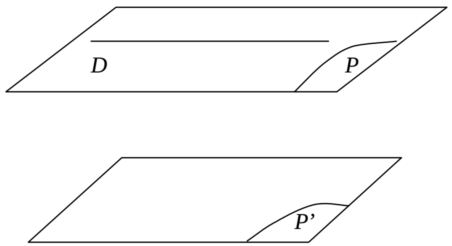
(Ce théorème sert à démontrer que deux plans sont parallèles.)

5°) Théorème 5



Si deux plans sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

6°) Théorème 6



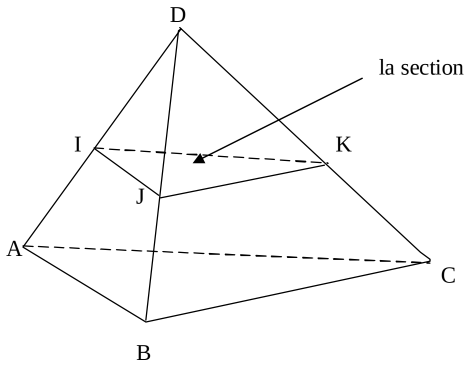
Si deux plans sont parallèles, alors toute droite (de l'espace) incluse dans l'un (des plans) est parallèle à l'autre.

(Ce théorème sert à démontrer qu'une droite est parallèle à un plan).

III. Exemples de sections planes de solides

1°) Exemple 1

ABCD est un tétraèdre.
$I \in]DA[$.



Tracer la section du tétraèdre par le plan *P* passant par I et parallèle au plan (ABC) (le plan de section).

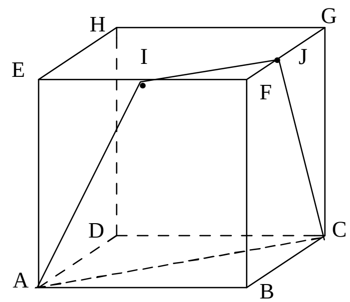
Théorème 1 :

(IJ) // (AB)
(JK) // (BC)
(IK) // (AC)

La section du tétraèdre par le plan *P* est le triangle IJK.

2°) Exemple 2

ABCDEFGH est un cube.
$I \in]EF[$



Tracer la section du cube par le plan (ACI).

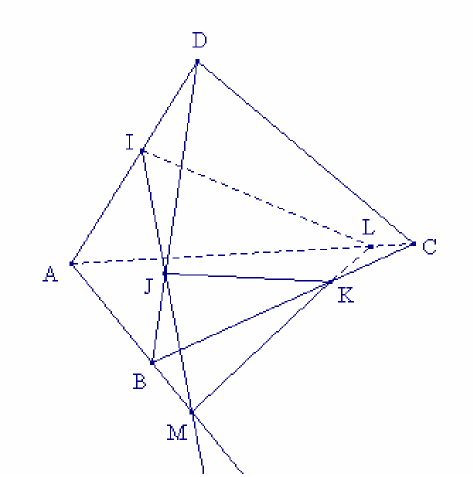
Méthode par parallélisme

On trace la parallèle à (AC) passant par I.
On obtient ainsi le point J que l'on relie au point C.

La section du cube est le quadrilatère AIJC (trapèze isocèle).

3°) Exemple 3

ABCD est un tétraèdre.
$I \in]DA[$
$J \in]BD[$
(IJ) // (AB)



$K \in]BC[$

Tracer la section du tétraèdre par le plan (IJK).

Méthode par tracé hors solide (méthode des points rouges)

M : prolongement de (IJ)
L : prolongement de (MK)

La section du tétraèdre par le plan (IJK) est le quadrilatère IJKL.

4°) Bilan

La section d'un polyèdre (solide qui possède des faces) par un plan est un polygone (sauf si c'est un point ou un segment).

Section d'un tétraèdre : 3 ou 4 sommets.

Section d'un cube : entre 3 et 6 sommets.

Remarque : Dans un cube, la méthode de tracé d'une section par la méthode de parallélisme utilise le fait que les plans définis par les faces opposées sont parallèles.

IV. <u>Démonstration dans l'espace</u>

1°) Utilisation des théorèmes

• Démontrer que deux droites sont parallèles

Théorème 1
Théorème 2

• Démontrer qu'une droite est parallèle à un plan

Théorème 3
Théorème 6

• Démontrer que deux droites sont parallèles

Théorème 4
Théorème 5

2°) Exemple de rédaction modèle

ABCD est un tétraèdre
$I \in]DA[$
P : plan passant par I parallèle à (ABC)
P coupe (BD) en J et (CD) en K.

Démontrer que (IJ) // (AB).

Théorème 1 (le citer)

$$\left.\begin{array}{l} P // (\text{ABC}) \\ P \cap (\text{ABD}) = (\text{IJ}) \\ (\text{ABC}) \cap (\text{ABD}) = (\text{AB}) \end{array}\right\} \text{donc (IJ) // (AB)}$$

3°) Remarque de vocabulaire

On ne dit pas qu'une droite « appartient » (ou « fait partie ») d'un plan.
On dit qu'elle est « incluse » ou « contenue » dans ce plan.

Notation : $D \subset P$

« est inclus dans »

(à ne pas confondre avec $\in$: « appartient à », « est élément de »)