$1^{\text{ère}}$ L

Exercices sur les suites arithmétiques

1 Les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2 forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

2 Les nombres $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{6}$, $-\frac{2}{3}$ forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

3 Les nombres 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3}$ forment-ils dans cet ordre une suite arithmétique ? Si oui, préciser la raison.

4 Recopier et compléter les phrases :

1°) « Les entiers naturels impairs forment une suite arithmétique de premier terme …… et de raison ……. ».
2°) « Les entiers naturels forment une suite arithmétique de premier terme ……… et de raison …….. ».

5 1°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = -3$. Calculer u_{42}.
2°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -6$ et de raison $r = 1{,}3$. Calculer u_{26}.
3°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 0{,}5$ et de raison $r = 2$. Calculer u_{30}.

6 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 15$ et de raison $r = -2$.
1°) Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n.
2°) Ecrire u_n en fonction de *n*.

7 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -10$ et de raison $r = 2$.
Calculer le cinquième terme et le vingtième terme.

8 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -2$ et de raison $r = 5$.
Calculer *n* tel que $u_n = 1998$.

9 Calculer *a* tel que -4, *a*, 6 soit une suite arithmétique.

10 Une société décide d'augmenter le salaire de ses employés à raison de 9 € par an.
On note u_n le salaire perçu au bout de *n* années pour un employé qui gagne initialement 10 000 € par an.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« (u_n) est une suite ……………… de premier terme $u_0 =$......... et de raison $r =$.......... »
2°) Ecrire u_n en fonction de *n*. La seule lettre acceptée dans l'expression est *n*.
3°) Calculer le salaire au bout de 10 ans.

11 Une société fabrique 6000 unités par an en 1997.
La direction prévoit pour les années à venir une augmentation de 250 unités par an.
On note u_n le nombre d'unités produites au bout de *n* années.
1°) Recopier et compléter la phrase :
« (u_n) est une suite ……………… de premier terme $u_0 =$......... et de raison $r =$.......... »
2°) Calculer le nombre d'unités au bout de 6 ans.

12 Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 5{,}1$ et $u_1 = 2{,}7$.
Calculer la raison *r* et u_{10}.

13 On place 7 000 € à 7 % par an avec intérêt simple.
Calculer la valeur acquise au bout de 15 ans.

14 Un capital de 6 000 € est placé au taux annuel de 15 % avec intérêt simple.
1°) Calculer la valeur acquise au bout de 12 années.
2°) Combien de temps faut-il placer le capital pour que sa valeur acquise soit de 15 000 € ?

15 Deux capitaux sont placés le même jour :
- le premier de 7 000 euros est placé à intérêt simple au taux de 12 % par an.
- le deuxième de 7 400 euros est placé à intérêt simple au taux de 10 % par an.

Quelle doit être la durée du placement pour que ces deux capitaux aient la même valeur acquise ?
Quelle est alors leur valeur commune ?

16 1°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_1 = -10$ et de raison $r = 0{,}5$. Calculer u_{10}.

2°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 4$ et de raison $r = \frac{3}{2}$. Calculer u_{20}.

17 Représenter graphiquement les termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = 2$.

Réponses

1 On utilise le « test des différences ».
Il y a 2 différences à calculer.

$\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ et $2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

On en déduit que les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison $\frac{3}{4}$.
N.B. : On ne répond jamais à une question par oui ou par non.
« Oui, les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2 forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison $\frac{3}{4}$. » n'est pas une pas une réponse satisfaisante.

Intérêt de cet exercice : calcul sur les fractions (sans calculatrice)

On rédige ainsi : « Les deux différences sont égales donc les nombres … forment une suite arithmétique de raison …. »

2 On utilise le « test des différences ».
Il y a trois différences à calculer.

$\frac{1}{3} - \frac{5}{6} = ... = -\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = ... = -\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) = ... = -\frac{1}{2}$.

On en déduit que les nombres $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{6}$, $-\frac{2}{3}$ forment dans cet ordre une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{2}$.

$\boxed{4}$ 1°) Les entiers naturels impairs (1, 3, 5…) forment une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 2.

2°) Les entiers naturels forment une suite arithmétique de premier terme 0 et de raison 1.

$\boxed{5}$ On utilise ans chaque cas la formule exp1icite pour le calcul des termes d'une suite arithmétique.
1°) $u_{42} = u_0 + 42 \times r = ... = -118$

$u_{42} = 8 + \underbrace{42 \times (-3)}$

priorité opératoire
les parenthèses autour de – 3 sont obligatoires (sinon ça ne veut rien dire)

2°) $u_{26} = 27,8$ 3°) $u_{30} = 60,5$

$\boxed{6}$ 1°) $u_{n+1} = u_n - 2$ (il n'y a rien à calculer) 2°) $u_n = 15 - 2n$

$\boxed{7}$ Comme la suite commence à u_0, le cinquième terme est égal à u_4 et le vingtième terme est égal à u_{19} ;
$u_4 = -2$; $u_{19} = 28$

$\boxed{8}$ On cherche n entier naturel tel que $-2 + 5n = 1998$.

On trouve $n = 400$.

$\boxed{9}$ On utilise la propriété des différences ; $a - (-4) = 6 - a$ d'où : $a + 4 = 6 - a$. On trouve : $a = 1$.

$\boxed{10}$ 1°) $u_0 = 10000$; $r = 9$.
2°) $u_n = 10000 + 9n$
3°) $u_{10} = 10090$

$\boxed{11}$ 1°) « (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 6000$ et de raison $r = 250$.
2°) Le nombre d'unités au bout de 6 ans est de 7500.

$\boxed{13}$ Intérêt annuel de 490 €.
Ça n'existe pas dans la vraie vie.
L'intérêt est toujours calculé sur la somme de départ. On verra dans le chapitre suivant le cas où l'intérêt « s'adapte » sur la valeur d'avant (cas des intérêts composés qui donneront lieu aux suites géométriques).

$u_{15} = 14\ 350$

La valeur acquise par le capital au bout de 15 ans est égale à 14 350 €.

$\boxed{14}$ 1°) 16 800 € 2°) $n = 10$

$\boxed{15}$ Premier capital : 7 000 euros au départ placé à intérêt simple au taux de 12 % par an.
Deuxième capital : 7 400 euros est placé à intérêt simple au taux de 10 % par an.

On cherche :
- la durée du placement pour que ces deux capitaux aient la même valeur acquise ;
- leur valeur commune.

On modélise la situation à l'aide de suites.

On note u_n la valeur acquise en euros par le premier capital au bout de n années.
$\frac{12}{100} \times 7\ 000 = 840$ € (intérêt qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année)

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7\ 000$ et de raison $r = 840$.

Donc $u_n = 7\ 000 + 840n$.

On note v_n la valeur acquise en euros par le deuxième capital au bout de n années.
$\frac{10}{100} \times 7\ 400 = 740$ € (intérêt qui s'ajoute au capital de l'année précédente chaque année)
(v_n) est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 7\ 400$ et de raison $r' = 740$.

Donc $v_n = 7\ 400 + 740n$.

On cherche n tel que $u_n = v_n$.
On est donc amené à résoudre l'équation : $7\ 000 + 840n = 7\ 400 + 740n$.

$840n - 740n = 7\ 400 - 7\ 000$
$100n = 400$
$n = \frac{400}{100}$
$n = 4$

Il faut donc placer les deux capitaux 4 ans pour qu'ils aient la même valeur acquise.

$u_4 = 7000 + 840 \times 4 = 10\ 360$
(On peut aussi calculer v_4 ; on trouve le même résultat ce qui est en confirme la valeur de n trouvée par le calcul).

La valeur acquise par les deux capitaux au bout de 4 ans est de 10 360 €.

$\boxed{16}$ **Attention les deux suites commencent toutes les deux à partir de l'indice 1.**

On applique la formule $u_n = u_1 + (n-1) \times r$.

1°) (u_n) : suite arithmétique de premier terme $u_1 = -10$ et de raison $r = 0,5$.

$$\begin{aligned} u_{10} &= u_1 + (10-1) \times r \\ &= u_1 + 9r \\ &= -10 + 9 \times 0,5 \\ &= -10 + 4,5 \\ &= -5,5 \end{aligned}$$

2°) (u_n) : suite arithmétique de premier terme $u_1 = 4$ et de raison $r = \dfrac{3}{2}$

$$\begin{aligned}
u_{20} &= u_1 + (20-1)\times r \\
&= u_1 + 19r \\
&= 4 + 19\times\frac{3}{2} \\
&= \frac{8+57}{2} \\
&= \frac{65}{2} \\
&= 32,5
\end{aligned}$$

17 On calcule les premiers termes de la suite. On place les points correspondants dans un repère.
Les indices sont portés sur l'axe des abscisses ; les valeurs de u_n figurent sur l'axe des ordonnées.
La suite (u_n) est représentée graphiquement par un nuage de points alignés.