# $1^{ère}$ L — Exercices sur le chapitre 5

**1** On rapporte l'espace à un repère (O, I, J, K).

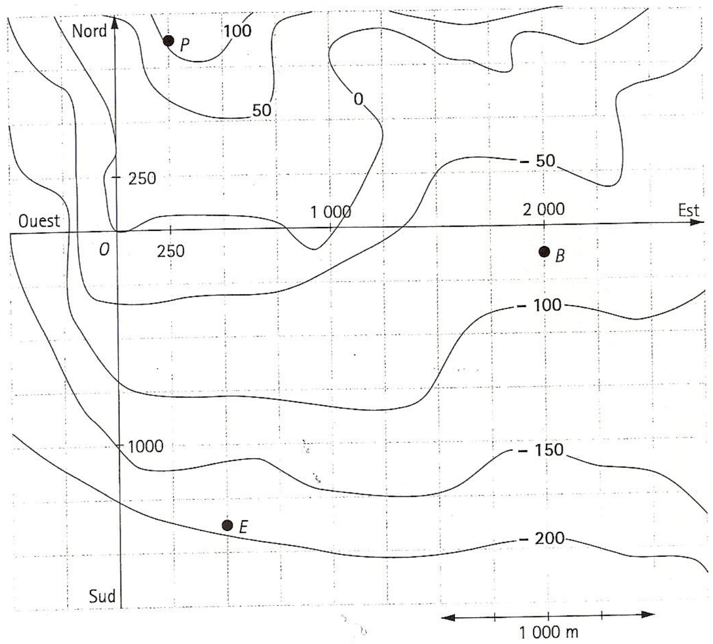
1°) Représenter ce repère en perspective : on placera le point O (origine du repère), les axes du repères et les points I, J, K (points unités sur les axes).
2°) On considère les points A(2 ; 5 ; 6), B(6 ; 8 ; 2) et C(4 ; 7 ; 8).

Décrire le trajet pour aller de O à A sous la forme suivante :
« Pour aller de O à A, on part du point O et on se déplace de … unités suivant l'axe des abscisses dans le sens positif, puis de … unités parallèlement à l'axe des ordonnées dans le sens positif, puis de … unités parallèlement à l'axe des cotes dans le sens positif. »
Effectuer la construction sur la figure en laissant les pointillés apparents.
Faire de même pour les points B et C.

**2** On rapporte l'espace à un repère (O, I, J, K).

1°) Représenter ce repère en perspective.
2°) Placer les points A(3 ; 0 ; 0), B(0 ; 5 ; 0) et C (0 ; 8 ; 7).

**3** Le dessin ci-dessous reprend une carte au 1/25000 (1 unité pour 250 m) d'un littoral marin. Le relief est représenté par des lignes de niveau ou lignes de même profondeur.
L'altitude ou la profondeur de chacune des lignes est indiquée sur la carte en mètres.



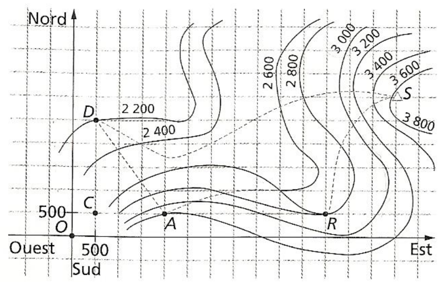

On choisit un repère orthonormé de l'espace tel que l'axe des abscisses Ouest-Est et l'axe des ordonnées Sud-Nord se coupent à la pointe des Orques (O).
Le troisième axe, des cotes (ou altitudes), est orienté du bas vers le haut et n'est pas représenté sur la carte.
Il est perpendiculaire au plan de la feuille.
On a indiqué sur la carte les positions d'un phare (P), d'un bateau ancré au large (B) et d'une épave (E) qui repose sur le fond de la mer.

Les coordonnées et les distances seront exprimées en mètres avec une précision de 25 m, sauf l'altitude qui sera donnée avec une précision de 5 m.

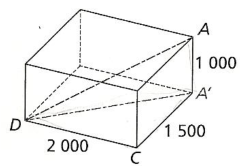
1°) a) Quelle est l'altitude du phare P à sa base ? du bateau B ?
b) Quelle est la profondeur de l'épave E ?
2°) Quelles sont les coordonnées :
- ($x_P$ ; $y_P$ ; $z_P$) de P ?
- ($x_B$; $y_B$ ; $z_B$) de B ?
- ($x_E$; $y_E$ ; $z_E$) de E ?

3°) Un robot sous-marin (*R*) a été immergé à partir du bateau.
Quelques minutes plus tard le robot transmet sa position par ses coordonnées : (625 ; –1250 ; –25).
Le commandant du bateau la note alors sur la carte par le point R.
a) En mesurant la distance RE sur la carte, puis en utilisant l'échelle, déterminer la valeur correspondante en mètres.
b) Représente-t-elle la distance effective entre le robot et l'épave ? Justifier la réponse.

**4** La carte ci-dessus présente le trajet aller-retour que projette d'effectuer un groupe d'alpinistes. Le but de la randonnée est de gravir le sommet S.




Le premier jour, ils se donnent rendez-vous au point D, départ d'un téléphérique qui les conduit au point A. Ils décident ensuite de gagner à pied le refuge R où ils passeront la nuit. Ils prévoient pour le lendemain de faire l'ascension de R à S, puis le retour direct à pied de S à D.
On rapporte l'espace à un repère orthonormé d'origine O, dont l'axe Ouest-Est est celui des abscisses, l'axe Sud-Nord celui des ordonnées, l'axe des cotes (ou altitudes) n'étant pas représenté. Les carrés du quadrillage ont, sur le terrain, 500 mètres de côté. Des lignes de niveau, dont l'altitude est indiquée en mètres, permettent d'imaginer le relief. Par exemple, le point S a pour coordonnées (7 000 ; 3 000 ; 3800).
1°) a) Quelles sont les coordonnées des points D et A ?
b) Calculer la différence d'altitude (appelée dénivelé) entre D et A.
c) Le téléphérique met 10 minutes pour aller de D à A. Calculer son dénivelé moyen par heure (en mètres par heure).
2°) On désire calculer la longueur du câble du téléphérique (supposé tendu). Pour cela, on pourra s'aider du parallélépipède rectangle représenté ci-contre, le point A' étant situé à la verticale du point A, à la même altitude que D.



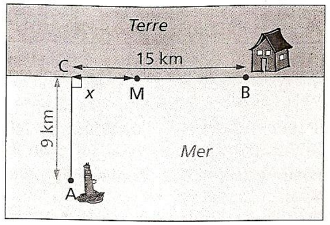

Utiliser deux fois de suite le théorème de Pythagore pour calculer la longueur DA, au mètre près.
3°) Les alpinistes quittent le téléphérique en A et se dirigent vers le refuge R. Donner les coordonnées du point B le plus bas du trajet de A à R.

4°) Le lendemain, pour des raisons de sécurité, les alpinistes doivent quitter le refuge très tôt de façon à arriver au sommet S au plus tard à 10 heures. Ils prévoient d'accéder à S en s'élevant, en moyenne, d'une altitude de 200 mètres par heure. À quelle heure doivent-ils quitter le refuge R ?

Problème : Le sommet est à 3800 m d'altitude. Peu visible sur le graphique (problème de lignes de niveau avec deux altitudes différentes).

5°) Ayant atteint comme prévu le sommet à 10 heures, ils s'apprêtent à redescendre en perdant en moyenne 300 mètres d'altitude par heure. À quelle heure seront-ils au point D ? (Donner la réponse en heures et minutes).

$\boxed{5}$ Le gardien du phare, entouré d'eau et situé en A, souhaite rejoindre la maison côtière située en B.

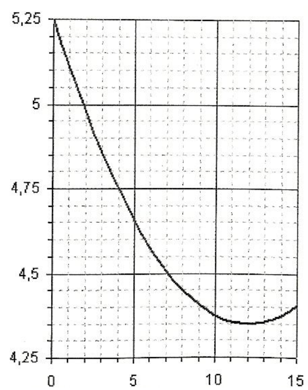



Il a à sa disposition un canot avec lequel il peut se déplacer à 4 km à l'heure ou il peut marcher à pied à 5 km à l'heure le long de la côte (sur la terre ferme).

**Partie A**

1°) Le gardien décide de parcourir la distance AC en canot, puis la distance CB le long de la côte à pied. Calculer le temps en heures et minutes nécessaire pour effectuer cet itinéraire.
2°) Le gardien décide de parcourir la distance AB en canot.
a) Calculer AB en kilomètres.
b) En déduire le temps de cet itinéraire en heures et minutes, arrondi à la minute.

**Partie B**
Le gardien décide de rejoindre la terre en M avec le canot, puis de marcher le long de la côte jusqu'en B.




Assez complexe → à expliquer
La courbe ci-dessus est la représentation de la fonction qui à la distance CM en km associe le temps de parcours en heures. Cette fonction a pour ensemble de définition l'intervalle [0 ; 15].
1°) Vérifier sur ce graphique le résultat de la question 1° de la partie A. On expliquera la démarche.
2°) Le gardien choisit l'itinéraire lui permettant d'aller le plus vite possible de A à B.
a) En utilisant le graphique, répondre aux questions :
À combien de kilomètres du point C le gardien accoste-t-il ? Quel est alors le temps de parcours du gardien en heures et minutes ?
b) En utilisant un calcul, répondre aux questions :
Quelles distances parcourt le gardien en canot et à pied ? Combien de temps passe-t-il dans son canot et combien de temps marche-t-il ?

# Réponses

**3** 1°) a) Altitude du phare P à sa base : 100 m ;
Altitude du bateau B : 0 m.
b) Profondeur de l'épave E : –190 m
2°) Lectures graphiques
- Les coordonnées de P sont (250 ; 875 ; 100).
- Les coordonnées de B sont (2000 ; –125 ; 0).
- Les coordonnées de E sont (500 ; –1375 ; –190).

3°) a) RE= 125 m.
b) Ce n'est pas la distance réelle car ils n'ont pas la même profondeur.

**4** 1°) a)

Méthode : on lit l'abscisse et l'ordonnée grâce aux deux axes.
Pour la cote, on se repère par rapport aux lignes de niveau.

A a pour coordonnées (2000 ; 500 ; 3200) ; D a pour coordonnées (500 ; 2500 ; 2200).
b) La différence d'altitude entre D et A est égale à 3200–2200=1000 mètres.
c) Le téléphérique a un dénivelé moyen de 6000 mètres par heure.
2°) DA'=2500 m ; $\text{DA} = \sqrt{75000} \approx 2693$ m.
Dans le calcul, on ne tient pas compte que le câble du téléphérique doit assurer l'aller a

3°) B a pour coordonnées (4200 ; 500 ; 3000).
4°) Le dénivelé entre R et S est égal à 800 m.
$\frac{800}{200} = 4$.
Les alpinistes mettront 4 heures pour aller de R à S. Il faut donc qu'ils partent à 6 heures du matin s'ils veulent arriver à 10 heures du matin.
5°) Ils arriveront au point D à 15 h 18 minutes.

**5** **Partie A**

1°) AC = 9 km ; CB = 15 km.

Calcul du temps pour parcourir AC : $t_1 = \frac{9}{4}$ h = 2,25 h = 2 h 15 min

Le trajet en canot dure deux heures et quart.

Calcul du temps pour parcourir BC : $t_2 = \frac{15}{5}$ h = 3 h
Le trajet à pied dure 3 heures.

Durée du trajet entier : $t = t_1 + t_2 = 5$ h 15 min

Il effectue cet itinéraire en 5 heures et 15 minutes.
2°) a) D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$$\text{AB}^2 = \text{CB}^2 + \text{CA}^2 = 15^2 + 9^2 = 306$$

Donc $\text{AB} = \sqrt{306}$

AB ≈ 17,5 km (valeur arrondie au dixième).
b) $t = \frac{17{,}5}{4}\text{ h} = 4{,}375\text{ h} = 4\text{ h} + 0{,}375\text{ h} = 4\text{ h} + (0{,}375 \times 60)\text{ min} = 4\text{ h} + 22{,}5\text{ min} = 4\text{ h} + 22\text{ min }30\text{ s}$
Le temps de cet itinéraire est de 4,40 h soit 4 h 22 min.

**Partie B**

1°) Pour $x = 0$, on a : M = C. On retrouve bien le résultat de la question 1°) de la partie A.
Lorsque CM = 0 (M = C), le temps de parcours est de 5,25 h = 5 h 15 min

2°) a) Le temps de parcours est minimal lorsque CM = 12 km (c'est-à-dire que le gardien accoste à 12 km de C) ; son trajet dure alors 4 h 21 min.
b) Le gardien parcourt 15 – 12 = 3 km à pied et 15 km en canot.
Temps de parcours à pied :

$$t_1 = \frac{3}{5} h = 0{,}6h = (0{,}6 \times 60)\, min = 36\, min$$
Le temps de parcours à pied est de 36 min.

Temps passé en canot :

$$\text{AM}^2 = \text{AC}^2 + \text{CM}^2 = 225$$

$$\text{AM} = \sqrt{225}$$
$$t_2 = \frac{15}{4}\text{ h} = 3{,}75\text{ h}$$

Le temps passé en canot est de 3,75 h = 3 h 45 min en canot et le temps de marche à pied est de 0,6 h = 36 min.